

૪૧૬૬ $\frac{1}{90}$ ૨૦૪

કાપીરાષ્ટ્ર પ્રગટ કરનારે સ્વાધિન રાખ્યો છે.
પ્રથમાવૃત્તિ.

ભૂમિતિ પ્રકાશ.

પ્રથમ દર્શન.

વ્યાખ્યા, પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ, સ્વિકૃત પક્ષ,
પ્રતિજ્ઞા અને અધરા પ્રશ્નોત્તર સ-
હિત-સરળ ઇમારતમાં.

રચનાર-મિ. ભાઈશંકર ઉમિયાશંકર.

પ્રગટ કરનાર

પુરુષોત્તમ કહાનજી ગાંધી.

લીંબડી—કાડિયાવાડ.

ઑક્ટોબર ૧૮૮૯. આધિન ૧૯૪૫.

Ahmedabad "Aryodaya" Press.

પાંચ આના.

ભૂમિતિ પ્રકાશ.

ભૂમિતિ=(ભૂ=પૃથ્વી+મિતિ=માપવું) પૃથ્વીને માપવી. અસલ એ વિદ્યા પૃથ્વીની માપણીને સાર ગિસર દેશમાં ઉત્પન્ન થઈ, તે કારણથી તેનું એ નામ પડ્યું એમ કહેવાય છે. પણ હાલમાં ભૂમિતિની વ્યાખ્યા એ છે કે આકારનું શાસ્ત્ર. જેમ અક્ષર ગણિતમાં અક્ષર એ તેનો વિષય છે તેમ આકાર એ ભૂમિતિનો વિષય છે.

યુક્લિડ નામનો વિદ્વાન ગ્રીસમાં થઈ ગયોછે. તેણે ભૂમિતિને લગતાં ધણાં પુસ્તકો બનાવેલાં છે જેમાંના એકનો આધાર અમે લીધો છે.

વ્યાખ્યાઓ (Definitions=ડેફિનિશન્સ)

૧ પિંદુ (પોઇન્ટ)—તેજ જેને સ્થિતિ માન્ય છે પણ ભાગો નથી.

૨ લીટી (લાઇન)—તેજ જેને લંબાઈ માત્ર છે પણ પહોળાઈ નથી.

૩ લીટીના છેડાઓ (એન્ડ્સ/ગિટીઝ) પિંદુઓ હોયછે; કેમકે લીટી પિંદુઓથી બનેલી છે.

૪ સીધી લીટી (સ્ટ્રેઇટ લાઇન)—તેજ જે તેના છેડાઓની વચ્ચે સમાન રહેલી હોયછે.

૫ સરૂંધાઈ (સુપર ફિસીઝ)—તેજ જેને ફક્ત લંબાઈ તથા પહોળાઈ હોય છે, પણ જડાઈ હોતી નથી.

૬ સરૂંધના છેડાઓ (એન્ડ્સ/ગિટીઝ) લીટીઓ હોય છે.

૭ સપાટ સફાઈ (ખેઈન સુપરફિસીઝ)—તેજ ને તેના છે-
ડાઓની વચ્ચે સમાન રહેલી હોય છે.

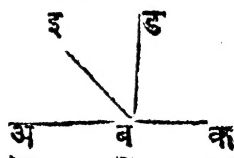
૮ સમતલખૂણા (પ્લેઈન ઍંગલ)—તેજ ને એક સફાઈમાં
ગમે તેની બે લીટીઓ એકઠી મળે છે પણ એકજ દિશામાં નથી.
એવી તે બે લીટીઓનો પરસ્પરનો ઝોંક (વધાણું) છે.

૯ સમતલ સીધી લીટી ખૂણા (પ્લેઈન રેક્ટીલીનીઅલ
ઍંગલ)—તેજ ને એકઠી મળેછે પણ એકજ
સીધી લીટીમાં નથી. એવી બે સીધી લીટીઓનો
ઝોંક છે.

૧૦ બ્યારે એક સીધી લીટી બીજી સીધી લીટી ઉપર પડીને
પાસ પાસેના ખૂણાઓ બરાબર કરે, ત્યારે આ ખૂણા માંહેલા પ્રત્યે-
કને કાટ ખૂણા (રાઈટ ઍંગલ) કહેછે. અને આ લીટીઓ માંહેની
પ્રત્યેક બીજી ઉપર લંબ (પરપેન્ડિક્યુલર) છે.

૧૧ પહોળો ખૂણા (ઑબ્ઝ્યુસ ઍંગલ)—તેજ ને કાટ-
ખૂણા કરતાં મોટો હોય છે.

*આમાં (અવઈ) ખૂણા સાંકડો ખૂણા, (અવડ) ખૂણા કાટ-
ખૂણા અને (ઈવક) ખૂણા પહોળો ખૂણા છે.



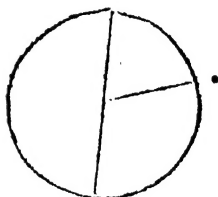
૧૨ સાંકડો ખૂણો (અંકુટ અંગલ)—તેજ ને કાટ ખૂણા ફેરતાં નાનો હોય છે.



૧૩ સીમા અથવા મર્યાદા (ટર્મ ઓર ગાઉન્ડરી)—તેજ ને કોષ વસ્તુનો છેડો.

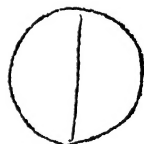
૧૪ આકૃતિ (ફિગર)—તેજ ને સફાઈની હદ સધળી તરફથી એક અથવા વધારે લીટીઓથી થયેલી છે.

૧૫ ગોળ (સર્કલ)—તેજ સપાટ આકૃતિ કે જેની હદ એક અખંડ લીટીથી થયેલી હોયછે, તે અખંડ લીટીને તેના ઘેર અથવા પરિઘ (સરક મ્ફરન્સ) કહે છે; અને તેમાં એક એવું સુકરર બિંદુ છે કે જેમાંથી તેના પરિઘને ગળતાં સુધી જેટલી લીટીઓ દોરીએ તે બધી બરાબર થાય.



૧૬ આ બિંદુને (જેમાંથી બરાબર લીટીઓ દોરી છે તેને) ગોળનું મધ્યબિંદુ (સેન્ટર) કહેછે.

૧૭ ગોળનો વ્યાસ (ડાયમેટર)—તેજ સીધી લીટી જે મધ્ય બિંદુની પાર દોરેલી અને જેના છેડા બન્ને તરફ પરિઘમાં હોય છે.



૧૮ અર્ધગોળ (સેમિસર્કલ)—તેજ આકૃતિ કે જેની હદ વ્યાસ સહી, તથા વ્યાસથી થયેલા ગોળના ભાગથી થયેલી હોય છે.



૧૬ ગાળનો ખંડ-તેજ આકૃતિ કે જેની હદ એક સીધી લીટીથી તથા તેનાથી કપાયેલા પરિધના ભાગથી થયેલી હોય છે.

૨૦ સીધી લીટી આકૃતિ (રેક્ટાંગિનીઆલ ફિગર) -તેજ કે જેની હદ માત્ર સીધી લીટીઓથી થયેલી હોય છે.

૨૧ ત્રિકોણ (ટ્રિલેટરલ ફિગર ઓર ટ્રાયંગલ)-તેજ સીધી લીટી આકૃતિ કે જેની હદ ત્રણ સીધી લીટીઓથી થયેલી હોય છે.

૨૨ ચોખૂણાકૃતિ (ક્વોર્ટરલેટરલ ફિગર)-તેજ કે જેની હદ ચાર સીધી લીટીઓથી થયેલી છે. ચોખૂણાકૃતિના સામ સામેના ખૂણાઓનાં શિરો ગિંદુઓને સાંધનારી સીધી લીટીઓને તેની કર્ણ લીટીઓ (ડાયગનલ) કહે છે.



૨૩ બહુખૂણ (મલ્ટિલેટરલ ફિગર અથવા પોલીગન) -તેજ સીધીલીટી આકૃતિ કે જેની હદ ચાર કરતાં વધારે સીધી લીટીઓથી થયેલી છે.

૨૪ જે ત્રિકોણની ત્રણ બાજુઓ બરાબર છે તે સમબાજુ (ઈક્વિલેટરલ) કહેવાય છે.



૨૫ જે ત્રિકોણની માત્ર એજ બાજુઓ બરાબર છે તેને સ્વ-મદ્વિબાજુ ત્રિકોણ (આઈસોસીલીસ ટ્રા-યંગલ) કહે છે.



૨૬ વિષમ બાજુ ત્રિકોણ (સ્કેલીન ટ્રાયંગલ) તેજ જેની કોઈપણ બે બાજુઓ બરાબર નથી.



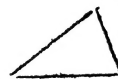
૨૭ કાટખૂણુ ત્રિકોણ (રાષ્ટ્ર ઍન્ગલ્સ ટ્રાયન્ગલ) — તેજ જેમ
એક કાટખૂણુ છે.



૨૮ પહોળાખૂણુ ત્રિકોણ (ઑબ્ઝ્યુસ ઍન્ગલ્સ ટ્રાયન્ગલ)
— તેજ જેમાં એક પહોળા ખૂણુ છે.

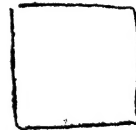


૨૯ સાંકડા ખૂણુ ત્રિકોણ (અક્યુટ ઍન્ગલ્સ ટ્રાયન્ગલ) —
તેજ જેમાં ત્રણે સાંકડા ખૂણુ છે.



૩૦ સમ બાજુ ચોખૂણાકૃતિને સમાંતર બાજુ ચોખૂણુ
અથવા લૉઝેન્જ કહે છે.

૩૧ સમખૂણુ લૉઝેન્જને ચોરસ (સ્ક્વેર) કહે છે. (ચારે બાજુ
અને ચારે ખૂણા બરાબર હોય તે ચોરસ).



૩૨ જેના સઘળા ખૂણા કાટખૂણા છે અને સાગ સામેની
બાજુઓ બરાબર છે, તેને દીર્ઘ ચોખૂણુ કે કા-
ટખૂણુ ચોખૂણુ (ઓબલોન્ગ) કહે છે.



૩૩ રહોમ્બોઇડ — તેજ ચોખૂણુ કે જેની સાગ સામેની બાજુ
ઓ બરાબર છે પણ ચારે ખૂણા બરાબર નથી.



૩૪ ખીજ સઘળા ચોખૂણાકૃતિઓને ચતુર્સીમા અથવા

પ્રથમ કહે છે.

૭૫ સમાંતર સીધી લીટીઓ (પેરલેલ સ્ટ્રેઇટલાઇન્સ)—
તેજ જેઓ એકજ સદ્ધર્માં છે પણ જેઓને બે દિશાએ મમે
તેટલી વધારીએ તોપણ કદી મમે નહીં.

સ્વીકૃત પક્ષો (Postulates પોસ્ટ્યુલેટસ)

૧ એવું સ્વીકારેલું છે, કે કોઈ પણ એક બિંદુથી કોઈ પણ
બીજા બિંદુ સુધી, એક સીધી લીટી દોરી શકાય છે.

૨ એવું સ્વીકારેલું છે, કે અંતવાન સીધી લીટી મમે તેટલી
લાંબા સુધી, એક સીધી લીટીમાં વધારી શકાય છે.

૩ એવું સ્વીકારેલું છે, કે કોઈ મધ્યબિંદુ ધારીને તે બિંદુથી
કોઈ પણ અંતરે એક ગોળ કરી શકાય છે. (હરકોઈ સ્થળે બિંદુ
લેવાની છૂટ છે.)

પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ (Axioms ઍક્ષિયમ્સ)

૧ જે પરિમિતો (થિન્ગ્સ), એકજ પરિમિતની બરાબર
છે તેઓ આસ્પરસ બરાબર છે.

૨ જે સમપરિમિતો (ઈક્વલ્સ) ની સાથે સમપરિમિતો
મેળવ્યાં તો સરવાળા સમ થશે. જેમ
$$\begin{array}{r} + \quad ૫ \quad ૫ \\ \quad ૩ \quad ૩ \\ \hline \quad ૮ \quad ૮ \end{array}$$

૩ જે સમપરિમિતોમાંથી સમપરિમિતો બાદ કર્યાં તો
બાકી સમ રહેશે. જેમ
$$\begin{array}{r} - \quad ૫ \quad ૫ \\ \quad ૩ \quad ૩ \\ \hline \quad ૨ \quad ૨ \end{array}$$

૪ જે વિષમ પરિમિતો (અનઘડવડસ)ની સાથે સમપરિમિતો મેળવ્યાં તો સરવાળા વિષમ થશે. જેમ $\begin{matrix} ૫ & ૩ \\ + & ૧ \\ ૬ & ૪ \end{matrix}$

૫ જે વિષમ પરિમિતોમાંથી સમપરિમિતો બાદ કર્યાં તો બાકી વિષમ રહેશે. જેમ $\begin{matrix} ૫ & ૩ \\ - & ૧ \\ ૪ & ૨ \end{matrix}$

૬ એકજ અથવા બરાબર પરિમિતોની બમણાછઠો બરાબર છે.

૭ એકજ અથવા બરાબર પારિમિતોનાં અર્ધા બરાબર છે.

૮ જે પરિમિતો (નિનિટયુડ્સ) અરુપરસ મળી જાય છે અથવા એકજ અવકાશમાં બરાબર માંધ રહે છે, તેઓ બરાબર છે.

૯ આખું તેના બાગ કરતાં મોટું છે.

૧૦ જે સીધી લીટીઓ અવકાશ (સ્પેઇસ) ઘેરી શકતી નથી.

૧૧ સઘળા કાટખૂણા બરાબર હોય છે.

૧૨ જે બે(મન તથા કલ) સીધી લીટીઓને એક(રવ) સીધી

લીટી એવી રીતે છેદે કે તેની એકજ

તરફના માંહેના ખૂણાઓ (મરવ) તથા

(રવક) નો સરવાળો જે કાટખૂણા

કરતાં ઓછા હોય તો તે ખૂણાઓ

તરફ તે બે સીધી લીટીઓને વધારતાં

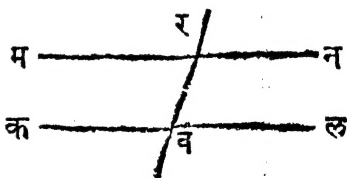
મળશે અને જે તરફના ખૂણાઓનો

સરવાળો જે કાટખૂણા કરતાં વધારે

હશે તે તરફ વધારતાં નહીં મળે. સગાંતર સીધી લીટીઓને બન્ને

તરફ મળે તેટલી વધારીએ તો પણ નહીં મળે, કારણ કે તેના એકજ

તરફના બે ખૂણાનો સરવાળો જે કાટખૂણાની બરાબર હોય છે.



ભૂમિતિમાં વપરાતા કેટલાક કઠણ શબ્દોની

વ્યાખ્યા.

૧ સ્વીકૃતપક્ષ—તેજ કે જેમાં કૃત્ય પ્રતિજ્ઞાઓનું સાધન સ્વીકારેલું છે (આકૃતિ રચના કરવામાં સ્વીકૃત પક્ષની જરૂર પડે છે. સ્વીકૃતપક્ષ તે આપેલો અખિતઆર છે. તેનો સંબંધ કૃત્ય પ્રતિજ્ઞા સાથે છે.)

૨ પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ—તેજ કે જેમાં પ્રમેય પ્રતિજ્ઞાની સત્યતા સિદ્ધતા વિના કળૂદ રાખેલી છે. (સિદ્ધતા કરતી વખતે તેની જરૂર પડે છે. તેનો સંબંધ પ્રમેય પ્રતિજ્ઞા સાથે છે, તેનો ટુંકો અર્થ એ કે ઉધાડી વાત.)

૩ પ્રતિજ્ઞા (પ્રોપોઝિશન)—તેજ કે ભૂમિતિમાં વિચાર કરવાથી જે પરિણામો નીકળે છે તે. (તેના એ પ્રકાર છે. ૧ કૃત્ય, ૨ પ્રમેય.)

૪ કૃત્ય (પ્રોપોઝિશન)—તેજ કે માગેલી જાણત કાંઈ પણ કરવા થી આવે. (એ પ્રમાણે કરવાથી એટલે સાધનથી માગેલું પરિણામ જરાબર આવે છે કે નહીં તે સિદ્ધ કરવાનું કૃત્યમાં હોય છે.)

૫ પ્રમેય (થીઓરમ)—તેજ કે જેમાં તત્વની સત્યતા કહેલી જ હોય છે. (એટલે માગેલી વાત આપેલી હોય છે, તે ખરી છે એમ સિદ્ધ કરી જતાવવાનું પ્રમેયમાં હોય છે.)

૬ સાધન (ડેમોન્સ્ટ્રેશન)—તેજ કે કૃત્ય પ્રતિજ્ઞામાં જે માગેલું હોય તે કર્કટ કે આંકણીની ગદ્દથી શી રીતે થઈ શકે છે તે કરી જતાવવું. (એટલે કૃત્ય પ્રતિજ્ઞામાં જે આકૃતિ રચના કરવામાં આવે છે તે કૃત્યનું સાધન છે.)

૭ સિદ્ધતા (પ્રુફ)—તેજ કે કૃત્ય પ્રતિજ્ઞામાં સાધનમાં દેખાડેલી

રીતથી માગેલું પરિણામ બરાબર નીકળે છે કે નહીં તે સિદ્ધ કરી બતાવવું. અને પ્રમેય પ્રતિજ્ઞામાં માગેલી સત્યતા, પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ, વ્યાખ્યાઓ, કે તેની પહેલાંની પ્રતિજ્ઞામાંથી કેવી રીતે નીકળી શકે છે તે બતાવવું તેને સિદ્ધતા કહે છે. [સિદ્ધતા કૃત્ય અને પ્રમેય બંનેમાં હોય છે.]

૮ આકૃતિ રચના [કન્સ્ટ્રક્શન] તેજ કે પ્રતિજ્ઞા સિદ્ધ કરવા સાડ જોડલી લીટીઓ કે ખુણા આપેલ હોય તે કરતાં વધારે લીટીઓ કે ખુણા કરવા પડે તેને આકૃતિ રચના કહે છે.

૯ ઉપન્યાસ [ઇમ્પોઝીસિસ]—તેજ કે પ્રતિજ્ઞામાં જે જે સરત અમાઉથી આપેલી હોય તે.

૧૦ અનુમાન (કન્કલુઝન)—તેજ કે પ્રતિજ્ઞા ઉપરથી સ્કંજ નીકળે છે.

૧૧ પૂર્વ સિદ્ધાંત—તેજ કે કોઈ વધારે અગત્યની પ્રતિજ્ઞા સિદ્ધ કરવાને માટેજ લખેલી પ્રતિજ્ઞાઓ.

૧૨ સરૂપ સ્થિતિ—તેજ કે એકજ દિશામાં અને જેવી સ્થિતિમાં હોય, તેજ પ્રમાણે બીજી તે દિશામાં ને તેવી સ્થિતિમાં હોય તે.

૧૩ સીમાવાસી—એકજ તરફની હદ કરનારી બાજુ [આ વ્યાખ્યા સરૂપસ્થિતિના જેવી છે.]

ભૂમિતિમાં પ્રતિજ્ઞા લખતાં ધ્યાનમાં રાખવાના નિયમો.

૧ કૃત્ય પ્રતિજ્ઞા લખવામાં ચાર ભાગ પાડવા. પહેલો પ્રતિજ્ઞાનું નામ અને જાત, બીજો પ્રતિજ્ઞાનું મથાણું, ત્રીજો સાધન ને

ચોથો સિદ્ધતા.

૨ પ્રમેય પ્રતિજ્ઞામાં ત્રણ ભાગ પાડવા એટલે તેમાં સાધન ન લખવું જાણી દૃઢતા જેવા.

૩ પ્રમેય પ્રતિજ્ઞામાં આકૃતિ રચના કરવાની હોતી નથી. પણ ચોથી અને આઠમી પ્રતિજ્ઞા સિવાય બીજી પ્રમેય પ્રતિજ્ઞાઓમાં ઘણું કરીને કરવી પડે છે પણ તે સાધનમાં ગણાય નહીં માટે ગયાળું લખી રહ્યા પછી કલમ પાડીને એવી આકૃતિ રચના કરવી. તે થઈ રહ્યા પછી વચ્ચે 'સિદ્ધતા' એમ લખીને સિદ્ધતા લખવી.

૪ લખતી વખતે સીધી લીટી, જિંદુ, ત્રિકોણ, ચોરસ, ગોળ, વગેરે જે જે આકારનાં નામ આવે તે અક્ષર વગર લખાય નહીં, માટે દરેક ઠેકાણે તે આકારનાં નામ ક્રોસમાં જાળબોધ અક્ષરે લખવાં જ જોઈએ. જિંદુનું નામ એક અક્ષરથી લખવું. લીટીનું નામ તેના બે છેદના અક્ષરથી લખવું. ખૂણાનું નામ ત્રણ અક્ષરથી લખવું —તેમાં ખુણાનો અક્ષર વચમાં રાખવો. કોઈ ખુણાના ભાગ થવાના ન હોય તો એક અક્ષરથી તે ખૂણાનું નામ લખ્યું હોય તોત્રણ આવે. ત્રિકોણનું નામ ત્રણ ખૂણાના અક્ષરથી લખવું. ચોખ્ખાનું નામ ચાર અક્ષર સાગસામેના બે અક્ષરથી લખવું અને બહુ ખુણું જેટલા ખુણા હોય તેટલા અક્ષરથી નામ લખવું.

૫ ત્રિકોણ, ચોખ્ખું, પંચખૂણું, વગેરે આકૃતિની હદ કરનાર લીટીઓ જાણુ કહેવાય છે. બીજી લીટીઓ જાણુ કહેવાય નહિ.

૬ ત્રિજ્યા (રેડિઅસ)નું નામ બે અક્ષરથી લખવું. પણ તેમાં જોખના મધ્યજિંદુ માટે જે અક્ષર હોય તે અક્ષર પહેલો લેવો. ગોળનું નામ ત્રણ અક્ષરથી લખવું. તેમાં પહેલો અક્ષર જે ઠેકાણેથી

(ત્રિભુજાને બીજે છેડેથી) આરંભ કર્યો હોય તે અક્ષર પહેલો લેવો. બીજા અક્ષરો એવી રીતે લેવા કે એ પ્રતિજ્ઞાની બીજી આકૃતિ રચના કરવામાં કામ લાગે.

૭ આકૃતિ રચના કરવામાં જે જે લીટીઓ કે ખુણાઓ કરવા પડે તે કયા સ્વીકૃત પક્ષ પ્રમાણે કે પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે તે અવશ્ય લખવું જોઈએ.

૮ પ્રતિજ્ઞા સિદ્ધ કરવામાં જે જે અક્ષરો લેવા પડે તથા પ્રમાણો આપવાં પડે તે બધાં કૌંસમાં બાળબોધ અક્ષરે લખવાં.

૯ એકજ પ્રતિજ્ઞામાં એકનો એક અક્ષર એક કરતાં વધારે ઠેકાણે લેવો નહિ.

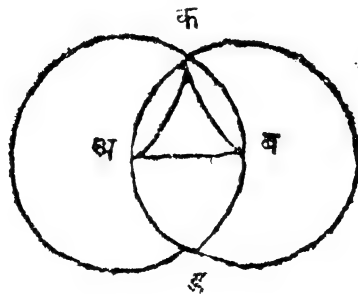
૧૦ વાંચ્યને શોભાવવા માટે હવે, તો, માટે, કેમકે, અને વગેરે અવ્યયો જરૂર જણાય તેમ વાપરવાની ભૂમિતિમાં જરૂર છે.

પ્રતિજ્ઞા ૧લી, કૃત્ય.

કોષ કહેલી (અવ) અંતવાન સીધી લીટી ઉપર એક સમ બાજુ ત્રિકોણ કરવાનું.

આ (અવ) એક અંતવાન સીધી લીટી આપેલી છે, તેના ઉપર સમ બાજુ

ત્રિકોણ કરવો છે.



સાધન.

આ (અ) મધ્ય ગિંદુ ધારી આ (અવ) ત્રિજ્યાએ
 ત્રીજા સ્વીકૃ. પ્ર. આ. (વ હ ક) ગોળ દોર્યો, અને આ (વ)
 મધ્ય ગિંદુ ધારી આ (વ અ) ત્રિજ્યાએ ત્રીજા સ્વીકૃ. પ્ર. આ (અ
 હ ક) ગોળ દોર્યો. આ (અ) તથા આ (ક) ગિંદુઓને પહેલા
 સ્વીકૃ.પ્ર. સાંધ્યાં અને આ (વ) તથા આ (ક) ગિંદુઓને પણ ૧ લા
 સ્વીકૃ. પ્ર. સાંધ્યાં, તો આ આપેલી (અવ) અંતવાન સીધી લીટી
 ઉપર જે સમ ગાળુ ત્રિકોણ કરવાનો હતો તે આ (અ વ ક) યશે.

સિદ્ધતા.

આ (વહક) ગોળની આ (અવ) તથા આ (અક) ત્રિજ્યાઓ
 છે માટે ૧૫ મી વ્યા. પ્ર. ખરાબર અને આ (અ હ ક) ગોળની
 આ (વ અ) તથા આ (વ ક) ત્રિજ્યાઓ છે માટે ૧૫ મી વ્યા. પ્ર.
 ખરાબર એટલે આ (અ વ) ની ખરાબર આ (અ ક) તથા આ
 (વ ક) થઇ માટે તે ત્રણે ૧ લા પ્રત્ય. પ્ર. ખરાબર. અને બ્યારે
 એ ત્રણે ખરાબર છે તો ૨૪ મી વ્યા. પ્ર. એ સમગાળુ ત્રિકોણ
 થયો એ સિદ્ધ. એટલે આપણે આ (અ વ) અંતવાન સીધી લીટી
 ઉપર જે સમગાળુ ત્રિકોણ કરવાનો હતો તે આ (અ વ ક) થ-
 યો એ સિદ્ધ.



૧ એ ગોળ છેદવાન જોઈએ. કારણ કે ગોળ અવકાશ ઘેરે
 એવી આખંડ લીટીએ. અને આ કૃત્યમાં પ્રત્યેક ગોળનો પરિધ એક
 બીજાના મધ્ય ગિંદુઓમાં થઈને જાય છે. તેથી ગોળનો એક ભાગ

ખીજી જાળની અંદર અને એક લામ જલાર રહેવોજ જોઈએ.
છેલ્લો છે,

૨ જે જાળ એક ખીજીને છેદે તો છેદન ખિંદુ બેજ થાય છે.
હારણ કે જાળ એ આવકાશ ઘેરે એવી અખંડ લીટી છે. માટે એક
જાળના પરિઘને એક ખિંદુ આગળ છેદીને ખીજી જાળનો પરિઘ
ભય, અને પરિઘ પૂર્ણ કરી અસત્ત જગ્યાએ આવતાં ફરી ખીજી
જાળના પરિઘને ખીજી ખિંદુમાં છેદવો પડે. માટે છેદન ખિંદુઓ
બે થાય છે.

૩ એક અંતવાન સીધીલીટી ઉપર વધારેમાં વધારે બેજ સગ-
બાળુ ત્રિકોણો થઈ શકે, પણ એક ખીજીથી વિરુદ્ધ બાળુએ.

૪ અનિયમિત સીધી લીટી ઉપર સગબાળુ ત્રિકોણુ દોરી સ-
કાયજ નહિ, કેમકે તેની લંબાઈની કાંઈ મુકરર હદ નથી.

પ્રતિજ્ઞા ૨ જ કૃત્ય.

કાંઈ કહેલા (અ) ખિંદુથી એક કહેલી (કવ) અંતવાન સીધી
લીટીની બરાબર એક સીધી લીટી દોરવાનું.

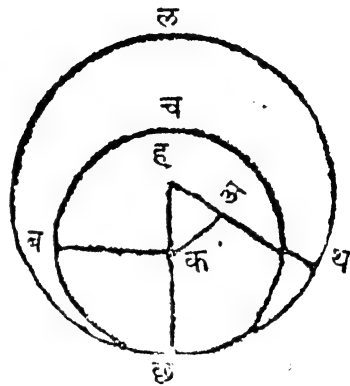
આ (અ) એક ખિંદુ આપેલું છે, ત્યાંથી આ (કવ) લીટીની
બરાબર એક સીધી લીટી દોરવી છે.



સાધન.

આ આપેલા (અ) ગિંદુને આ આપેલી (ક બ) સીટીનાં

આ (ક) છેડા ગિંદુ સાથે પહેલા સ્વીકૃ. પ્ર. સાંધ્યું, અને આ (અ) માં ધનારી લીટી ઉપર પહેલી પ્રતિજ્ઞા પ્રગણે આ (હકઅ) સમગ્રાણુ ત્રિકોણ કયાં આપેલી સીટીના સાંધેલા છેડાના આ (ક) ગિંદુને મધ્ય ગિંદુ ધારી આ આપેલી (કચ) સીટી



ને ત્રિજ્યા ગણી ત્રીજા સ્વીકૃ. પ્ર. આ (બ ચ છ) ગોળ દોર્યો. આપેલા ગિંદુની સામેની આ [હ ક] બાબુને ગોળના પરિધને ગણતાં સુધી બીજા સ્વીકૃ. પ્ર. વધારી. હવે આ [હ] ગિંદુને મધ્ય ગિંદુ ધારી આટલી (હછ) ત્રિજ્યાએ ત્રીજા સ્વીકૃ. પ્ર. આ (છ લ થ) ગોળ દોર્યો, આ (હ અ) બાબુને મોટા ગોળના પરિધને ગણતાં સુધી આ (અ) આપેલા ગિંદુથી બીજા સ્વીકૃ. પ્ર. વધારી તો આ (ક બ) અંતવાન સીધી લીટીની બરાબર આ (અ) ગિંદુથી જ સીટી દોરવી હતી તે આ (અ થ) થશે.

સિદ્ધતા.

આ (છ લ થ) મોટા ગોળની આ (હ છ) તથા આ (હ થ)

ત્રિજ્યાઓ છે માટે ૧૫મી વ્યાખ્યા પ્ર. યરાયર. અને આ (હકઅ) સમયાન્તુ ત્રિકોણની આ (હ ક) તથા આ (હ અ) યાન્તુઓ છે, માટે તે ૨૪ મી વ્યાખ્યા પ્ર. યરાયર, હવે આ [હ છ] તથા આ (હ ય) યરાયર યાન્તુઓમાંથી અનુક્રમે આ (હ ક) તથા આ (હ અ) બાદ કરી તો ત્રીજા પ્રસ. પ્ર. આ (ક છ) તથા આ (અ ય) યાન્તુઓ યરાયર રહી. હવે આ (બંચ છ) નાના જોળની આ (ક બ) તથા આ (કછ) ત્રિજ્યાઓ છે, માટે ૧૫ મી વ્યા. પ્રમાણે યરાયર. એટલે આ (ક છ) ની યરાયર આ (ક બ) તથા આ [અ ય] યઈ તો ૧ લા પ્રત્ય. પ્ર. આ (કબ) તથા આ (અય) યરાયર. અને આ (અય) તે આપેલા બિંદુથી દોરેલી છે માટે આ (ક બ) આપેલી લીટીની યરાયર આ [અ] આપેલા બિંદુથી જે લીટી દોરવાની હતી તે આ (અય) દોરાર્થે એ સિદ્ધ.

૧ આપેલું બિંદુ ત્રણ રીતે આપી શકાય. ૧ લું લીટીની અંદર, બીજું લીટીને છેડે, ત્રીજું લીટીથી દૂર.

૨ જો લીટીની અંદરજ બિંદુ આપેલું હોય તો, તે બિંદુ અને આપેલી લીટીના એ માંહેના દોઈ પણ છેડા બિંદુ વચ્ચેની લીટી ઉપર સગ યાન્તુ ત્રિકોણ કરવો. પછી લીટીના જે છેડા બિંદુને કામમાં લીધું હોય, તેને મધ્ય બિંદુધારી આપેલી લીટીને ત્રિજ્યા ગણી જોળ કરવો. પછી બિંદુ દૂર આપેલ હોય તેની ૪-૫-૬ કલમ મુજબ કરવું.

૩ જો બિંદુ લીટીને છેડે આપ્યું હોય તો તેને મધ્ય બિંદુધારી આપેલી લીટીને ત્રિજ્યા ગણી જોળ કરવો. અને પરિધને મળતા સુધી આપેલા બિંદુથી બીજા સ્વીકૃ. પ્ર. એક લીટી દોરવી

તે લીટી દોરવાની લીટી થશે.

૪ જો જિંદુ દૂર આપેલું હોય તો નીચે મુજબ કરવું.

૧ કહેલા બીંદુને કહેલી લીટીના કાષ્ઠ પણ છેડા જિંદુ સાથે
૧૧

૨ સાંધનારી લીટી ઉપર કાષ્ઠ પણ બાજુએ એક સમ બાજુ
ત્રિકોણ કરવો.

૩ કહેલી સીધી લીટીના સાંધાએલા છેડાને મધ્ય જિંદુધારી
કહેલી લીટીને ત્રિક્યા ગણી એક ગોળ દોરવો.

૪ સમબાજુ ત્રિકોણની જે બાજુ આપેલા જિંદુને સામે હોય
તેને ગોળના પરિધ સુધી ગોળના મધ્ય જિંદુમાં થઈને બંધ
જોવી રીતે વધારવી.

૫ સમબાજુ ત્રિકોણનું જે શિરોબિંદુ સાંધનારી લીટીની
સામે છે તેને મધ્ય જિંદુધારી વધારેલી બાજુને ત્રિક્યા ગણી એ-
ક મોટા ગોળ દોરવો.

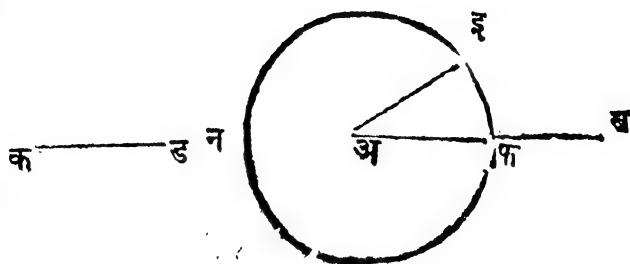
૬ સમબાજુ ત્રિકોણની બાજુને કહેલા જિંદુમાં થઈને બંધ,
જોવી રીતે મોટા ગોળના પરિધ સુધી વધારવી તે દોરવાની લીટી થશે.

પ્રતિજ્ઞા ૩ ૨૭ કૃત્ય.

જે કહેલી સીધી લીટીઓમાં મોટી (અથવા) માંથી નાની (કાઢ)
ની બરાબર એક ભાગ કાપવાનું.

આ પ્રતિજ્ઞામાં આ (અથવા) મોટી અને આ (કાઢ) નાની એ.

વીએલીટી-
 ઝા. આપેલી
 છે. તેમાં મો-
 ટીમાંથી ના-
 નીની જરાખ
 ૨ ભાગ કા-
 પવો એ ક-
 રવાનું છે.



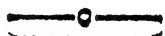
સાધન.

આ (અ) મોટી લીટીના આ (અ) ગિંદથી આ (કડ) ના-
 ની લીટીની જરાખર ખીજ પ્રતિજ્ઞા પ્ર. આ (અઈ) લીટી દોરી. હા-
 વે આ (અ) ને મધ્યગિંદુ ધારી આટલી (અઈ) ત્રિજ્યા એ ત્રિજ્યા-
 સ્વીકૃત પ્ર. આ (ઈફન) જોળ દોર્યો તો આ મોટી (અબ) નો આ
 (અફ) ભાગ તે આ (કડ) નાનીની જરાખર થશે.

સિદ્ધતા.

આ (ઈફન) જોળની આ (અઈ) તથા આ (અફ) ત્રિજ્યાઓ
 છે, માટે ૧૫ મી વ્યા. પ્ર. જરાખર. અને આ (અઈ) તે આ (કડ)
 નાનીની જરાખર ખીજ પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે દોરી છે. માટે આ (અઈ)
 તથા આ (અફ) તથા આ (કડ) એ ત્રણે ૧ હા પ્રત્યક્ષ પ્ર. જ-
 રાખર, એટલે આ (કડ) નાનીની જરાખર (અબ) મોટીમાંથી આ
 (અફ) ભાગ કપાયો એ સિદ્ધ.

૧ મોટીની જરાખર નાનીને કરવી હોય તો નાની લીટીને વ-
 ધારવાથી થઈ શકે છે.



પ્રતિજ્ઞા ૪ થી. પ્રમેય.

જો (અવક તથા હફ) એ ત્રિકોણમાં એક (અવક) ત્રિકોણની એ (અવ તથા અવ) બાજુઓ અનુક્રમે બીજા (હફ) ત્રિકોણની (હફ તથા હફ) એ બાજુઓની બરાબર હોય અને તે બરાબર બાજુ વચ્ચેના (અ તથા હ) અંતર ખૂણા પણ બરાબર હોય તો પાયા (વક તથા ફ) અથવા બાકીની બાજુઓ બરાબર થશે, વળી એક (અવક) ત્રિકોણના પાયા આગળના ખૂણાઓ (વ તથા ક) અનુક્રમે બીજા (હફ) ત્રિકોણના પાયા આગળના ખૂણાઓ (ફ તથા ફ) જેઓ બરાબર બાજુઓની સામે છે તેઓ પણ બરાબર થશે અને તે બંને ત્રિકોણો પણ સરખા થશે.



સિદ્ધતા.

આ (હફ) ત્રિકોણને ઉપાડીને આ (અવક) ત્રિકોણ ઉપર એવી રીતે મૂક્યો કે આ (હ) શીરોબિંદુ તે આ (અ) શીરો બિંદુ ઉપર પડે અને આ (હફ) બાજુ તે તેની બરાબરની આ (અવ) બાજુ ઉપર પડે અને આ (હફ) તથા આ (અવ) બરાબર બાજુઓ તેની એક જ તરફ પડે એવી રીતે ઉપાડીને આ (હફ) ત્રિકોણને આ (અવક) ત્રિકોણ ઉપર મૂક્યો.

હવે આ (હ) બિંદુ તે આ (અ) બિંદુ ઉપર પડે છે અને આ (હફ) બાજુ તે આ (અવ) બાજુ ઉપર પડે છે અને તે બાજુ

જીઓ ધરાળર આપેલી છે તેથી આ (ઈ) ગિંદુ તે આ (બ) ગિંદુ સાથે મળી જવું જોઈએ. જો ન મળે તો આજીઓ ધરાળર કહેવાય નહીં. હવે આ (ઈ) ગિંદુ તે આ (અ) ગિંદુ ઉપર પડે છે અને આ (ઈફ) તથા આ (અક) આજીઓ એકજ તરફ પડે છે, અને આ (અ) તથા આ (ઈ) ખૂણા ધરાળર આપેલા છે તો આ (ઈફ) આજી તે આ (અક) આજી ઉપરજ પડવી જોઈએ. જો ન પડે તો ખૂણા ધરાળર કહેવાય નહીં. જો ત્રિકોણની અંદર પડે તો ખૂણો નાનો થાય અને જહાર પડે તો મોટો થાય; માટે (ઈફ) તે (અક) ઉપરજ પડવી જોઈએ. હવે આ (ઈ) ગિંદુ તે આ (અ) ગિંદુ ઉપર પડે છે અને આ (ઈ ફ) આજી તે આ (અક) આજી ઉપર પડે છે અને તે ધરાળર આપેલી છે, તો આ (ફ) ગિંદુ તે આ (ક) ગિંદુ સાથે મળી જવું જોઈએ. જો ન મળે તો આજીઓ ધરાળર કહેવાય નહીં.

હવે આ (ઈ) ગિંદુ તે આ (બ) ગિંદુ સાથે મળી જાય છે અને આ (ફ) ગિંદુ તે આ (ક) ગિંદુ સાથે મળી જાય છે તો આ (ઈફ) પાયો તે આ (અક) પાયા સાથે મળી જવો જોઈએ. જો ન મળે તો ૧૦ મા પ્રત્યક્ષ પ્ર. થી ઉત્તરુ થાય અને જ્યારે મળી જાય છે ત્યારે ૮ મા પ્રત્ય. પ્ર. ધરાળર છે એટલે પાયા ધરાળર કરવાના હતા તે થયા.

હવે આ (ઈઈ) તથા આ (ઈફ) આજીઓ અનુક્રમે આ (અઅ) તથા આ (અક) આજી સાથે મળી જાય છે, તો ૮ મા પ્રત્યક્ષ પ્ર. આ (ઈ). ખૂણો તે આ (બ) ખૂણાની ધરાળર. એજ પ્રમાણે આ (ફ) ખૂણો તે આ (ક) ખૂણાની ધરાળર એટલે પાયા પાસેના

ખૂણા યરાયર કરવાના હતા તે પણ થયા.

હવે આ (હફ) ત્રિકોણની આ (હફ તથા આ (ફ) તથા આ (ફફ) બાબુઓ અનુક્રમે આ (અવક) ત્રિકોણની આ (અવ) તથા (વક) તથા આ (કવ) બાબુઓની સાથે ગણી ગઈ તો ૮ ગા પ્રત્યક્ષ પ્ર. આ (હફ) આખો ત્રિકોણ તે આ (અવક) આખા ત્રિકોણની યરાયર થયો એ સિદ્ધ.

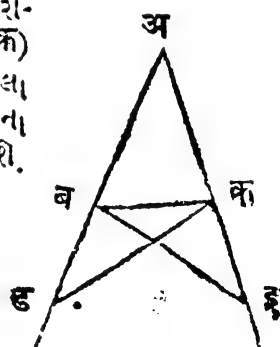


૧ ત્રિકોણને ઉપાડીને બીજા ત્રિકોણ ઉપર મૂકવો એ રથાનોન પરીની રીત છે. આ પ્રતિજ્ઞાથી ૨૬ મી પ્રતિજ્ઞા ઉલટી છે.



પ્રતિજ્ઞા ૫ મી. પ્રમેય.

એક (અવક) સગદિ બાબુ ત્રિકોણની યરાયર બાબુઓની સામેના (અવક તથા અવક) બાબુઓ યરાયર થશે, અને યરાયર બાબુને ત્રીજી (વક) બાબુના છેડાની પાર વધારીએ તો વધારેલા ભાગો અને ત્રીજી બાબુથી થયેલા બહારના ખૂણા (કવફ તથા ફકવ) પણ યરાયર થશે.



આ પ્રતિજ્ઞામાં ત્રિકોણની એ બાબુઓ યરાયર આપેલી છે,

અને તે ઉપરથી તે બાળુઓની સામેના ખૂણા અને બહારના ખૂણા બરાબર થાય તે સિદ્ધ કરવું છે.

સિદ્ધતા.

આ (અવ) તથા આ (અક) બાળુઓને ત્રીજી બાળુના છેડાની પાસે બીજા સ્વીકૃત. પ્ર. વધારી, એ વધારેલા ભાગમાં આ (ઈ) બિંદુ લીધું. હવે આ (અઈ) ની બરાબર વધારેલી લીટીમાંથી ત્રીજી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે આ (અઈ) કાપી. આ (વ) તથા આ (ઈ) બિંદુઓને તેમજ આ (ક) તથા આ (ઈ) બિંદુઓને પણ પહેલા સ્વીકૃત પ્ર. સાંધ્યાં, તો આ (અવઈ) તથા આ (અકઈ) ત્રિકોણો થયા.

હવે આ(અવઈ) ત્રિકોણની આ (અઈ) બાળુ તે આ (અકઈ) ત્રિકોણની આ (અઈ) બાળુની બરાબર કાપીને રાખી છે, અને આ (અવ) બાળુ તે આ (અક) બાળુની બરાબર આપેલી છે, કેમકે સમઘનિ બાળુ ત્રિકોણ છે; તેથી એ બે બાળુઓ ૨૫ મી વ્યાખ્યા પ્રમાણે બરાબર અને આ (અ) ખૂણો અને ત્રિકોણમાં સામાન્ય. તેથી એથી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે આ (અવઈ) ત્રિકોણના આ (અવઈ) તથા આ (ઈ) ખૂણા તે અનુક્રમે આ (અકઈ) ત્રિકોણના આ (કઈ) તથા આ (ઈ) ખૂણાની બરાબર અને આ (કઈ) પાંચો તે આ (વઈ) પાંચાની બરાબર.

હવે આ (અઈ) તથા આ (અઈ) બરાબર બાળુઓમાંથી આ (અવ) તથા આ (અક) સમઘનિ બાળુ ત્રિકોણની બરાબર બાળુઓ ગાદ કરી તો ૩ જ પ્રત્યક્ષ પ્ર. આ (વઈ) તથા આ(કઈ) બાળુઓ બરાબર રહી.

હવે આ (વઈક) તથા આ (વઈક) ત્રિકોણો લીધા, તો આ

(વઢક) ત્રિકોણની આ (વઢ) તથા આ (ઢક) બાબુ તે અનુક્રમે આ (વઢક) ત્રિકોણની આ (કઢ) તથા આ (વઢ) બાબુની બરાબર કરી ગયા, અને આ (ઢ) ખૂણો તે આ (ઢ) ખૂણાની બરાબર પણ કરી ગયા; તેથી ૪થી પ્રતિજ્ઞા પ્ર. આ (વઢક) ત્રિકોણનો આ (કવઢ) ખૂણો તે આ (વઢક) ત્રિકોણના આ (ઢકવ) ખૂણાની બરાબર (એટલે બહારના ખૂણા બરાબર કરવાના હતા તે આ થયા.) અને આ (ઢકવ) ખૂણો તે આ (કવઢ) ખૂણાની બરાબર.

હવે આ (અવઢ) તથા આ (ઢકઅ) ખૂણા આગળ બરાબર કરી ગયા હોય, તેમાંથી અનુક્રમે આ (કવઢ) તથા આ (ઢકવ) બરાબર ખૂણા બાદ કર્યા, તો ૩જી પ્રત્યક્ષ પ્ર. આ (અકવ) તથા આ (અવક) બહારના ખૂણા પણ બરાબર થયા એ સિદ્ધ.

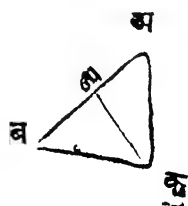
પ્રતિજ્ઞા ૬ ઠી. પ્રમેય.

જો એક (અવક) ત્રિકોણના (વ તથા ક) બે ખૂણા બરાબર હોય તો, તેઓની સામેની (અક તથા અવ) બાબુઓ બરાબર થશે.

આમાં બે ખૂણા બરાબર આપેલા છે, તે ઉપરથી બે બાબુઓ બરાબર કરવાની છે.

સિદ્ધતા.

આ (અવ) તથા આ (અક) બાબુઓ બરાબર છે, જો ન હોય તો ધારો કે આ (અવ) મોટી છે, હવે આ મોટી (અવ) બાબુમાંથી આ (અક) નાની બાબુની બરાબર આ (વ) બિંદુથી આટલી (વઢ) ૩જી પ્રતિજ્ઞા પ્ર. કાપી અને આ (ક) તથા



આ (ક) જિંદુએને ૧લા સ્વીકૃત પ્ર. સાંધ્યાં. તો આ (અવક) તં
 થા આ (ક) એવા બે ત્રિકોણો થયા. હવે આ (અવક) મોટા
 ત્રિકોણની આ (અવક) બાજુ તે આ નાના (ક) ત્રિકોણની આ
 (અવક) બાજુની બરાબર કાપીને રાખીએ, અને આ (ક) બાજુ
 બંનેમાં સામાન્ય છે તથા આ (ક) અને આ (ક) ખૂણા બરાબર
 આપેલા છે, તો ૪ થી પ્રતિજ્ઞા પ્ર. આ (અવક) ત્રિકોણ તે આ
 (ક) ત્રિકોણની બરાબર. હવે આ (અવક) ત્રિકોણનો આ (ક)
 ત્રિકોણ ભાગ છે અને તેની બરાબર થાય એ દ્વા પ્રત્યક્ષ પ્ર.
 થી ઉલ્લેખ. માટે આ (અવક) બાજુ આ (અવક) બાજુ કરતાં મોટી
 નથી, તેવીજ રીતે આ (અવક) બાજુ તે આ (અવક) બાજુ કરતાં
 પણ મોટી નથી, એટલે એ બેમાંથી એકે બ્યારે મોટી નથી, ત્યારે
 બરાબર છે એ સિદ્ધ.



૧. આ પ્રતિજ્ઞાની આકૃતિ રચનામાં મોટીમાંથી નાની બાજુની
 બરાબર જે ભાગ કાપવો, તે બરાબર આપેલા ખૂણાના શિરો
 બિંદુથી કાપવો જોઈએ.

૨. જો બરાબર ખૂણાના શિરો બિંદુથી નાનીની બરાબર મો-
 ટીમાંથી ભાગ ન કાપીએ, અને બીજા છેડાથી ગણીને કાપીએ,
 તોપણ સિદ્ધ તો થઈ શકે, પરંતુ તેમાં ૧૬ મી પ્રતિજ્ઞાનો ઉપયોગ
 કરવો પડે.

૩. જો નાની બાજુને મોટી બાજુની બરાબર આપેલા બરા-
 બર ખૂણાના શિરો બિંદુમાં થઈને વધારીને સિદ્ધ કરીએ, તોપણ
 થઈ શકે છે પરંતુ તેમાં પણ ૧૬ મી પ્રતિજ્ઞાનો ઉપયોગ કરવો પડે.

૪ આ પ્રતિજ્ઞા ૫ મી પ્રતિજ્ઞાથી ઉલટી છે, એટલે પાંચમી

પ્રતિજ્ઞામાં ધરાયર યાગ્યુઓ આપેલી છે, તે ઉપરથી ધરાયર પૂજા સિદ્ધ કર્યા, અને આમાં ધરાયર પૂજા આપેલા છે, તે ઉપરથી ધરાયર યાગ્યુઓ સિદ્ધ કરેલી છે.

પ્રતિજ્ઞા ૭મી. પ્રમેય.

એકજ (અવ) સીધી લીટી ઉપર, અને તેની એકજ યાગ્યુ તરફ જેની સીમાવાસી યાગ્યુઓ (અક તે અડ ની ધરાયર અને વક તે વડ ની) ધરાયર થાય એવા બે ત્રિકોણો દોરી શકાતા નથી.

આ પ્રતિજ્ઞામાં એક સીધી લીટી આપેલી છે, તેના ઉપર એકજ તરફ બે સરખા ત્રિકોણો કરી શકાતા નથી એ સિદ્ધ કરવું છે.

સિદ્ધતા.

ધારો કે આ (અવક) તથા આ (અવડ) સરખા ત્રિકોણોનાં શિરો ગિંદુઓ બહાર પડે છે તેવા બે ત્રિકોણો એકજ તરફ કરી શકાય છે.

હવે આ (ક) તથા આ (ડ) શિરો ગિંદુઓને ૧ લા રવી કૃત પ્ર. સાંધ્યાં, તો એક આ (અડક) ત્રિકોણ થયો, અને એક આ (વડક) ત્રિકોણ થયો. આ (અડક) ત્રિકોણની આ (અક) તથા આ (અડ) યાગ્યુઓ ઉપન્યાસ પ્રમાણે ધરાયર છે, તે ૫ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર. આ (અડક) પૂજો તે આ (ડકઅ) પૂજાની ધરાયર. હવે આ (વકડ) પૂજા કરતાં આ (ડકઅ) પૂજો હમા પ્રત્યક્ષ પ્ર. મોટો, અને આ (અડક) પૂજો તે આ (ડકઅ) પૂજાની ધરાયર કરી ગયા, તો આ (વકડ) પૂજા કરતાં આ (અડક)

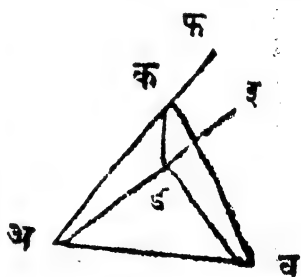
ખૂણો પણ મોટો. તેમજ આ (અડક) ખૂણા કરતાં આ (વડક) ખૂણો પણ હ મા પ્રત્ય. પ્ર. મોટો, હવે આ (વકડ) ખૂણા કરતાં આ (અડક) ખૂણો મોટો અને આ (અડક) ખૂણા કરતાં આ (વડક) ખૂણો મોટો તે આ (વકડ) ખૂણા કરતાં આ (વડક) ખૂણો વધુજ મોટો.



હવે આ (વડક) ત્રિકોણની આ (વક) તથા આ (વહ) બાજુઓ ઉપન્યાસ પ્રમાણે જરાજર છે, તે પ મી પ્રતિષ્ઠા પ્રમાણે આ (વકડ) તથા આ (વહક) ખૂણા જરાજર. હમણા આ પણે કરી ગયા કે આ (વકડ) ખૂણા કરતાં આ (વડક) ખૂણો વધુ મોટો અને આ વળતે જરાજર થાય છે એ દેખીતુંજ અસંભવિત છે, માટે આવી રીતે બે ત્રિકોણો દોરી શકાતા નથી એ સિદ્ધ.

બીજું ધારો કે એક ત્રિકોણનું શિરો બિંદુ બીજા ત્રિકોણની

અંદર પડે છે એવા બે જરાજર ત્રિકોણો કરી શકાય છે. આ (અડ) તથા આ (અક) બાજુઓને બીજા સ્વીકૃત પ્ર. વધારી અને આ (હ) તથા આ (ક) બિંદુઓને ૧ લા સ્વીકૃત પ્ર. સાધ્યાં, તે આ (અડક) ત્રિકોણ થયો. તેની આ (અક) તથા આ (અહ) બાજુઓ



ઉપન્યાસ પ્રમાણે જરાજર છે, તે પ મી પ્રતિષ્ઠા પ્રમાણે આ (વકડ) તથા આ (કડહ) બહારના ખૂણા જરાજર. હવે આ (વકડ)

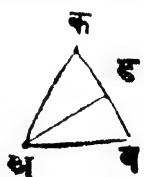
ખૂણા કરતાં આ (ફકડ) ખૂણો ૬ મા પ્રત્યક્ષ પ્ર. મોટો અને આ (ફકડ) તથા આ (કંઠઈ) ખૂણા આપણે બરાબર કરી ગયા, તો આ (બકડ) ખૂણા કરતાં આ (કંઠઈ) ખૂણો પણ મોટો.

તેમજ આ (કંઠઈ) ખૂણા કરતાં આ (કંઠવ) ખૂણો ૬ મા પ્રત્યક્ષ પ્ર. મોટો અને આ (બકડ) ખૂણા કરતાં આ (કંઠઈ) ખૂણો મોટો કરી ગયા, તો આ (બકડ) ખૂણા કરતાં આ (કંઠવ) ખૂણો પણ મોટો.

હવે આ (બકડ) ત્રિકોણની આ (વંડ) તથા આ (બક) બાબુઓ ઉપન્યાસ પ્રમાણે બરાબર છે, તો પ મી પ્રતિષ્ઠા પ્રમાણે આ (બકડ) ખૂણો તે આ (કંઠવ) ખૂણાની બરાબર. આગળ આ બંને બંને મોટો કરી ગયા, અને હવે બરાબર થાય છે, એ કે-ખીતુંજ અસંભવિત, માટે શિરોબિંદુ અંદર પડે, એવા પણ સરખા એ ત્રિકોણો એક તરફ દોરી શકાતા નથી.

ત્રીણું ધારો કે એક ત્રિકોણનું શિરોબિંદુ બીજા ત્રિકોણની એક બાબુ ઉપર પડે છે.

હવે જો એવી રીતે પડે તો આ (અવક) ત્રિકોણની આ (બક) બાબુ તે આ (અવક) ત્રિકોણની આ (વંડ) બાબુની બરાબર ઉપન્યાસ પ્રમાણે કહેવાય, પણ આ (બક) બાબુનો આ (વંડ) બાબુ ભાગ છે અને તે બરાબર થાય એ ૬ મા પ્રત્યક્ષ પ્ર. થી ઉત્પન્ન. માટે એવી રીતે પણ ત્રિકોણો દોરી શકાતા નથી.



૧ સીમાવાસી એ શબ્દનો અર્થ એવો છે, કે એક ત્રિકોણ-

ની જેતરફની બાબુ લઇએ તેજ તરફની બીજા ત્રિકોણની બાબુ બેવી જોઈએ; એટલે એકની પૂર્વ તરફની તો બીજાની પશ્ચ પૂર્વ તરફનીજ સમજવી.

૨ આ પ્રતિજ્ઞા ઉલટી સિદ્ધતાથી સિદ્ધ થાય છે, કેમકે સી. માવાસી બાબુઓ બરાબર ધારવાથી અસંભવિતપણું સિદ્ધ થાય છે, માટે જેની સીમાવાસી બાબુઓ બરાબર થાય એવા બે ત્રિકોણો એકજ તરફ કદી થઈ શકેજ નહીં.

૩ આ પ્રતિજ્ઞા માત્ર ૮ મી પ્રતિજ્ઞા સિદ્ધ કરવાના ઉપયોગ માંજ આવે છે.

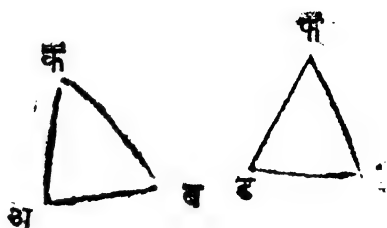
પ્રતિજ્ઞા ૮ મી. પ્રમેય.

જો (અવક તથા હફ) બે ત્રિકોણમાં એકની બે બાબુઓ (અક તથા વક) અનુક્રમે બીજાની બે બાબુઓ (હફ તથા ફફ) ની બરાબર હોય, અને (અવ) પાંચો પશ્ચ (હફ) પાયાની બરાબર હોય, તો બરાબર બાબુથી થયેલ અંતર ખૂણા (અ, વ, ક) તે અનુક્રમે (હ, ફ, ફ) ની બરાબર થશે.

સિદ્ધતા.

આ (હફ) ત્રિકોણને ઉપાડીને આ (અવક) ત્રિકોણ ઉપર એવી રીતે મૂક્યો કે આ (ફ) બિંદુ તે આ (વ) બિંદુ ઉપર પડે, અને આ (હફ) પાંચો, તે આ (અવ) પાંચા ઉપર પડે, અને તે

બરાબર છે માટે આ (ઈ) બિંદુ તે આ (અ) બિંદુ ઉપર પડે, અને ત્રિકોણો બને એકજ તરફ પડે. એવી રીતે આ (હફ) ત્રિકોણને ઉપાડીને આ (અવક) ત્રિકોણ ઉપર મૂકયો.



હવે આ પ્રમાણે મૂકવાથી આ (અવક) તથા આ (હફ) અને આ (વક) તથા આ (ફ) એ બાબુએ. સીમાવાળી થાયછે, અને તે બરાબર છે તો સાતમી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે આ (ફ) શિરો બિંદુ તે આ (ક) શિરો બિંદુ સાથે મળી જતું જોઈએ, અને આ (હફ) બાબુ તે આ (અવક) બાબુ સાથે અને આ (ફ) બાબુ તે આ (વક) બાબુ સાથે પણ મળી જવી જોઈએ.

હવે આ (હફ) ત્રિકોણની આ (હફ તથા ફ તથા હફ) બાબુઓ અનુક્રમે આ (અવક) ત્રિકોણની આ (અવ તથા વક તથા વક) બાબુઓ સાથે મળી જાયછે, તો ૮ મા પ્રત્યક્ષ પ્ર. આ (હ) ખૂણો તે આ (અ) ખૂણાની બરાબર; અને આ (ફ) ખૂણો તે આ (વ) ખૂણાની બરાબર અને આ (ફ) ખૂણો તે આ (ક) ખૂણાની બરાબર એ સિદ્ધ.

૧ સાતમી પ્રતિજ્ઞાના ઉપયોગ સિવાય આ પ્રતિજ્ઞા સિદ્ધ કરી શકાયતો ત્રિકોણોને વિરૂદ્ધ બાબુ તરફ પાડવા, અને પાંચમી પ્રતિજ્ઞાના ઉપયોગ કરવો.

૨ આ પ્રતિજ્ઞાનો ઉલટ પક્ષ સિદ્ધ થઈ શકે નહીં, એટલે એક ત્રિકોણના ત્રણ ખૂણા અનુક્રમે બીજા ત્રિકોણના ત્રણ ખૂણાની બરાબર આપેલા હોય, તો બાબુઓ બરાબર થાય અને ન પણ થાય.

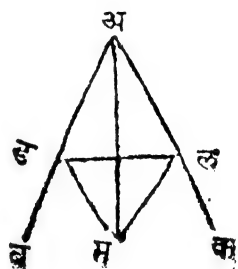
(૨૬)

પ્રતિજ્ઞા હ મી. કૃત્ય.

કાઈ કહેલા (વઅક) સીધીલીટી ખૂણાને દુભાગવાનું. આ (વઅક) એક સીધીલીટી ખૂણો આપેલ છે, તેના બે સરખા ભાગ દરવા છે.

સાધન.

આ (અવ) બાજુમાં આ (હ) બિંદુ લીધું, અને આ (અહ) ની બરાબર આ (અક) બાજુમાંથી ત્રીજી પ્રતિજ્ઞા પ્ર. આ (અલ) કાપી. આ (હ) તથા આ (લ) બિંદુઓને જણા સ્વીકૃત પ્ર. સાધ્યા, આ (હલ) પાયા ઉપર આપેલા ખૂણાની ત્રિકોણ બાજુ તરફ જણા પ્રતિજ્ઞા પ્ર. આ (હલમ) સમબાજુ ત્રિકોણ કહેવા. આ (અ) તથા આ (મ) બિંદુઓને જણા સ્વીકૃત પ્ર. સાધ્યા, તો આ સાંધનારી (અમ) લીટીથી આ (અ) આપેલો ખૂણો દુભાગાશે.



સિદ્ધતા.

આ (અહમ) અને આ (અલમ) એવા બે ત્રિકોણો લીધાં, આ (અહમ) ત્રિકોણની આ (અહ) બાજુ તે આ (અલમ) ત્રિકોણની આ (અલ) બાજુની બરાબર આકૃતિ રચના પ્રમાણે, અને આ (હમ) બાજુ તે આ (લમ) બાજુની બરાબર રહી વ્યાખ્યા પ્રમાણે. અને આ (અમ) બાજુ બંનેમાં સામાન્ય છે, તો ૮ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર. આ (મઅહ) ખૂણો તે આ (મઅલ) ખૂણાની બરાબર. એટલે આ (વઅક) ખૂણાને બે દુભાગવો હતો તે આ (અમ) લીટી

દીથી દુભાગ્યો એ સિદ્ધ.

૧ સમખાણુ ત્રિકોણ આપેલા ખૂણાની વિરુદ્ધ ખાણુ તરફ ન પાડીએ, પણ એકજ તરફ પાડીએ તોપણ સિદ્ધ થઈ શકે છે.

૨ સમખાણુ ત્રિકોણનું શિરોગિંદુ આપેલા ખૂણાની બહાર અમર માંહે પડે, તો પ્રથમ બંનેના શિરોગિંદુઓને સાંધવા. પછી આઠમી પ્રતિજ્ઞાનો ઉપયોગ કરવો.

૩ સમખાણુ ત્રિકોણનું શિરોગિંદુ આપેલા ખૂણાના શિરો-ગિંદુ ઉપરજ પડે, તો સિદ્ધ થઈ શકે નહીં.

૪ આ પ્રતિજ્ઞાની ૨, ૪, ૮ વગેરે બેના કોઈ પણ ધાત જોટલા ખૂણાના ભાગ કરી શકાય છે.

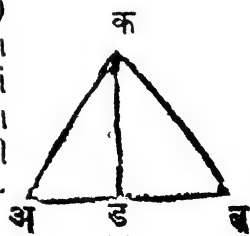
પ્રતિજ્ઞા ૧૦ મી. કૃત્ય.

એક કહેલી (અવ) અંતવાન સીધી લીટીને દુભાગવાનું.

આ એક (અવ) અંતવાન સીધી લીટી આપેલી છે, તેના બે સરખા ભાગ કરવા છે.

સાધન.

હવે આ (અવ) સીધી લીટી ઉપર ૧ લી પ્રતિજ્ઞા પ્ર. આ (અવક) સમખાણુ ત્રિકોણ કર્યો. આ (ક) ખૂણાને નવમી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે દુભાગ્યો. આ દુભાગનારી લીટીને આ (અવ) ને મળતાં સુધી ખીજ સ્વીકૃત. પ્ર. વધારી, તો આ (કડ) વધારેલી લીટી આ (અવ) આપેલી લીટીના આ (ક) ગિંદુ પાસે બે સરખા ભાગ કરશે.



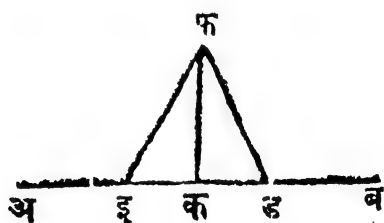
સિદ્ધતા.

આ (અડક) ત્રિકોણની આ (કઅ) બાજુ તે આ (ઘડક) ત્રિકોણની આ (કચ) બાજુની બરાબર ૨૪ મી વ્યાખ્યા પ્રમાણે અને આ (કડ) બાજુ બંનેમાં સામાન્ય છે, અને આ (અકડ) ખૂણા તે આ (બકડ) ખૂણાની બરાબર નવમી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે, તેથી એથી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે આ (અડ) બાજુ તે આ (બડ) બાજુની બરાબર એટલે આ (અવ) લીટીના જે સરખા બે ભાગે કાપવાના હતા તે આ (અડ તથા બડ) થયા એ સિદ્ધ.

પ્રતિજ્ઞા ૧૧ મી. કૃત્ય.

એક (અવ) કહેલી સીધી લીટીમાં એક (ક) કહેલા બિંદુથી કહેલી લીટી ઉપર લંબ દોરવાનું.

એક આ (અવ) સીધી લીટી આપી છે. તેમાં આ (ક) બિંદુ આપેલું છે. ત્યાંથી આ (અવ) લીટી ઉપર એક લંબ દોરવા છે.



સાધન.

હવે આ (અવ) લીટીમાં આ (હ) બિંદુ લીધું, અને આ (કહ) ની બરાબર આ (કચ) લીટીમાંથી ત્રીજી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે આટલી આ (કઈ) કાપી. આ (હઈ) લીટી ઉપર પેહેલી પ્રતિજ્ઞા પ્ર-

આ(કફ) સમજાવતું ત્રિકોણ ક્યો, અને આ (ક) તથા આ (ફ) જિંદુઓને ૧લા સ્વીકૃત. પ્ર સાંધ્યા, તો સાંધનારી લીટી આ (ક ફ) તે આ (અબ) લીટી ઉપર આ(ક) જિંદુથી દોરવાનો લંબ થશે.

સિદ્ધતા.

આ (કફ) ત્રિકોણની આ (કફ) જાણુ તે આ (ફક) ત્રિકોણની આ (ફક) જાણુની બરાબર કાપીને રાખી છે, અને આ (કફ) જાણુ તે આ (ફક) જાણુની બરાબર ૨૪ મી વ્યાખ્યા પ્રમાણે અને આ (કફ) જાણુ બંનેમાં સામાન્ય, તેથી આઠમી પ્રતિજ્ઞા પ્ર. આ (કફ) તથા આ (ફક) ખૂણા બરાબર. હવે (અબ) લીટી ઉપર આ (કફ) લીટી પડે છે, અને આ (કફ) તથા આ (ફક) પાસ પાસેના ખૂણા બરાબર છે, તો દશમી વ્યાખ્યા પ્રમાણે આ (કફ) યંબ છે. એટલે આ (અબ) લીટી ઉપર આ (ક) જિંદુથી જે લંબ દોરવાનો હતો, તે આ (કફ) થયો એ સિદ્ધ છે.

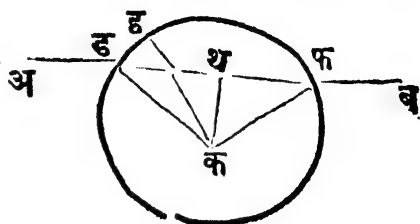
૧ આ પ્રતિજ્ઞામાં અંતવાન કે અનિયમિત એવા શબ્દો નહીં લખતાં મોક્ષમ સીધી લીટી કહેલી છે, તેનું કારણ એ કે અંતવાન જગર અનિયમિત બંને ઉપર લંબ દોરી શકાય છે.

૨ આપેલું જિંદુ જો લીટીના છેડા ઉપરજ આપ્યું હોય તો તે લીટીને જીજ્ઞ સ્વીકૃત પ્ર. વધારીને પછી સિદ્ધ કરવું.

પ્રતિજ્ઞા ૧૨ મી. કૃત્ય.

કોઈ કહેલી (અબ) અનિયમિત સીધી લીટીની બહાર. એક (ક) જિંદુ કહેલું છે, ત્યાંથી એક લંબ ઉતારવાનું.

આમાં આ (અવ) એક અનિયમિત સીધી લીટી આપી છે, અને આ (ક) એક બિંદુ આપેલું છે. ત્યાંથી આ લીટી પર એક લંબ ઉતારવો છે.



સાધન.

આ (ક) બિંદુની સામે આપેલી લીટીની ળીજી બાજુએ આ (હ) બિંદુ લીધું, અને આ (ક) તથા આ (હ) બિંદુઓને ૧ લા. સ્વીકૃત પ્ર૦ સાંધ્યાં હવે આ (ક) બિંદુને મધ્ય બિંદુ ધારી આ (કહ) ત્રિજ્યાએ ૩ જા. સ્વીકૃત પ્ર૦ આ (હફ) ગોળ કર્યો. આ (ક) તથા આ (હ) બિંદુઓને તેમજ આ (ફ) તથા આ (ક) બિંદુઓને પહેલા સ્વીકૃત પ્ર૦ સાંધ્યાં, અને આ (હફ) લીટીને ૬-શમી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે આ (થ) બિંદુ આગળ દુભાગી. આ (થ) તથા આ (ક) બિંદુઓને ૧ લા. સ્વીકૃત પ્ર૦ સાંધ્યાં, તે આ (કથ) સાંધનારી લીટી તે ઉતારવાનો લંબ થશે.

સિદ્ધતા.

આ (કથહ) ત્રિકોણની આ (કહ) બાજુ તે આ (કથથ) ત્રિકોણની આ (કથ) બાજુની ળરાબર ૧૫ મી. વ્યાખ્યા પ્રમાણે, અને આ (થહ) બાજુને આ (થફ) બાજુની ળરાબર દુભાગીને આ-પણે રાખી છે અને આ (કથ) બાજુ બંનેમાં સામાન્ય છે, માટે

આઠમી પ્રતિજ્ઞા પ્ર૦ આ (કથક) ખૂણા તે આ (કથક) ખૂણાની
બરાબર. હવે આ (અબ) લીટી ઉપર આ (કથ) લીટી પડીને પાસ-
પાસેના ખૂણા બરાબર કરે છે, તો આ (કથ) લીટી ૧૦ મી. વ્યા-
ખ્યા પ્રમાણે આ (અબ) ઉપર લંબ છે એ સિદ્ધ.

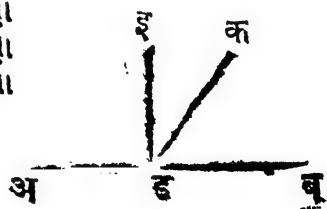
૧ આ પ્રતિજ્ઞામાં અનિયમિત સીધી લીટી આપી છે તેનું કા-
રણ એ કે વળતે આપેલા બિંદુ અને લીધેલા બિંદુ વચ્ચે આપેલી
લીટી કરતાં વધારે અંતર હોય તો ગોળ આપેલી લીટીને છેદી શકે
નહીં, માટે અનિયમિત આપેલી છે.

૨ આ પ્રતિજ્ઞામાં અગિઆરમી પ્રતિજ્ઞાથી ઉક્ત વાત સિદ્ધ ક-
રેલ છે; એટલે અગિઆરમીમાં લંબ ચકાવ્યો છે અને આમાં લંબ
જાંતર્યો છે.

પ્રતિજ્ઞા ૧૩ મી. પ્રમેય.

એક (અબ) સીધી લીટી ઉપર બીજી (કથ) સીધી લીટી પ-
ડીને જે ખૂણા કરે છે તે બે કાટખૂણા થશે, અથવા તેઓનો સ-
રવાળો બે કાટખૂણાની બરાબર થશે.

આ સીધી લીટી (અબ) ઉપર આ સીધી લીટી (કથ) પડે છે, તો
આ (અડક) તથા આ (બઢક) ખૂણા
બંને કાટખૂણા છે. જો દરેક કાટખૂણા
ન હોય, તો એ બે ખૂણાનો સરવાળો
બે કાટખૂણાની બરાબર છે.



સિદ્ધતા.

હવે જો આ (અવ) લીટી ઉપર આ (કડ) લીટી લંબ હોય, તો ૧૦ મી. વ્યાખ્યા પ્રમાણે આ (અડક) તથા આ (વડક) ખૂણા બંને કાટખૂણા છે. જો લંબ નથી તો એ બંને ખૂણાનો સરવાળો એ કાટખૂણાની ધરાબર થશે. તે સિદ્ધ કરવા સાર આ (કડ) ગિંદુથી આ (અવ) લીટી ઉપર ૧૧ મી. પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે આ (કડ) લંબ ચડાવ્યો, અને તે લંબ છે માટે ૧૦ મી. વ્યાખ્યા પ્રમાણે આ (અડક) ખૂણો ને આ (વડક) ખૂણો એ બંને કાટખૂણા. હવે આ (વડક) ખૂણામાંથી આટલો (કડક) ખૂણો બાદ કર્યો, તો બાકી આ (વડક) રહ્યો. અને આ (કડક) બાદ કરેલ ખૂણો આ (અડક) ખૂણાની સાથે મેળવ્યો, તો આ (અડક) ખૂણો થયો. એટલે આ (અડક) તથા આ (વડક) ખૂણાના સરવાળાની ધરાબર આ (અડક) તથા આ (વડક) ખૂણાનો સરવાળો થયો. અને આ (અડક) તથા આ (વડક) ખૂણાનો સરવાળો એ કાટખૂણાની ધરાબર છે, તો આ (અડક) તથા આ (વડક) ખૂણાનો સરવાળો પણ જો કાટખૂણાની ધરાબર છે એ સિદ્ધ.

*—

૧ સરવાળો એ કાટખૂણાની ધરાબર કર્યો હોય, તો જો ઠેકાણે જો લીટીઓ મળે, ત્યાંથીજ લંબ દોરવો જોઈએ.

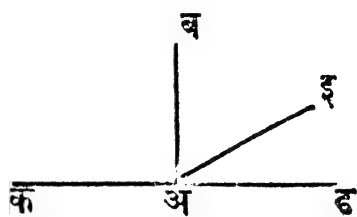
પ્રતિજ્ઞા ૧૪ મા. પ્રમેય.

જો (કઅ તથા હઅ) એ સીધી લીટીઓ એક બીજી (વઅ) સીધી લીટીને એકજ (અ) ગિંદુ આગળ અને વિરુદ્ધ બાજુઓ ત-

૨૬ ગણીને જે ખૂણાઓ કરે તેઓનો સરવાળો જે કાટખૂણાની યરાળર હોય, તે તે સીધી લીટીઓની એક અખંડ સીધી લીટી થશે.

આ (અવ) સીધી લીટી ને આ (કઅ) તથા આ (હઅ) સી-

ધી લીટીઓ વિરૂદ્ધ બાબુઓથી આવડેને મળે છે, અને આ (કઅવ) તથા આ (હઅવ) ખૂણાનો સરવાળો જે કાટખૂણાની યરાળર આપેલ છે, તે આ (કઅ) તથા આ (હઅ)



ગણીને આ (કહ) એક અખંડ સીધી લીટી થશે.

સિદ્ધતા.

ધારો કે આ (કઅ) નો વધારો આ (અહ) નથી પણ આ (અહ) છે.

હવે આ (કહ) લીટી ઉપર આ (અવ) લીટી પડે છે તે ૧૩ મી. પ્રતિજ્ઞા પ્ર. આ (કઅવ) તથા આ (હઅવ) ખૂણાનો સરવાળો જે કાટખૂણાની યરાળર, અને ઉપન્યાસમાં આ (કઅવ) તથા આ (હઅવ) ખૂણાનો સરવાળો જે કાટખૂણાની યરાળર આપેલ છે; માટે આ (કઅવ) તથા આ (હઅવ) ખૂણાના સરવાળાની યરાળર આ (કઅવ) તથા આ (હઅવ) ખૂણાનો સરવાળો થયો. હવે એ જાને યરાળર પરિગિતોમાંથી આ (કઅવ) સામાન્ય ખૂણો બાદ કર્યો, તે ૩ જ પ્રત્યક્ષ પ્ર. આ (હઅવ) ખૂણો તે આ (હઅવ) ખૂણાની યરાળર રહ્યો. હવે આ (હઅવ) ખૂણો તે આ (હઅવ) ખૂણાનો ભાગ છે અને તેની યરાળર થાય છે, એ ૬ મા. પ્રત્યક્ષ

પ્ર. થી ઉત્પદ્, માટે આ (કઅ) નો વધારો આ (અઈ) નથી, પણ આ (અડ) છે એ સિદ્ધ.

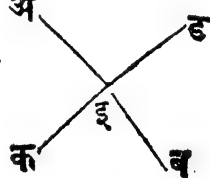
૧ વિરક્ષ બાબુએથી આવીને ન મળે પણ એકજ બાબુ સરકથી આવીને બીજી લીટી મળે અને ખૂણાઓનો સરવાળો બે કાટખૂણા બરાબર થાય, તો પણ તે અખંડ લીટી થાય નહીં; માટે વિરક્ષ બાબુએથી આવીને મળવાની જરૂર છે.

૨ આ પ્રતિજ્ઞામાં ૧૩ મી. પ્રતિજ્ઞાથી ઉત્પદ્ની વાત સિદ્ધ કરેલી છે.

પ્રતિજ્ઞા ૧૫ મી. પ્રમેય.

જો (અવ તથા કડ) બે સીધી લીટીઓ એક બીજાને છેડે તો સામ સામેના ખૂણા બરાબર થશે.

આ (અવ) લીટી આ (કડ) લીટીને છેડે છે, તો આ (અઈ) ખૂણો તે આ (વઈક) ખૂણાની બરાબર અને અ આ (હઈવ) ખૂણો તે આ (કઈઅ) ખૂણાની બરાબર થશે.



સિદ્ધતા.

હવે આ (અવ) સીધી લીટી ઉપર આ (હઈ) સીધી લીટી પડે છે, તો ૧૩ મી. પ્રતિજ્ઞા પ્ર. આ (અઈ) તથા આ (હઈવ) ખૂણાનો સરવાળો બે કાટખૂણાની બરાબર અને આ (કડ) સીધી લીટી ઉપર આ (વઈ) સીધી લીટી પડે છે તો ૧૩ મી. પ્રતિજ્ઞા પ્ર.

આ (હૈવ) તથા આ (વૈક) ખૂણાનો સરવાળો બે કાટખૂણાની
 બરાબર, તેથી આ (અઈહ) તથા આ (હૈવ) ખૂણાના સરવાળાની
 બરાબર આ (હૈવ) તથા આ (વૈક) ખૂણાઓનો સરવાળો થયો;
 એ બરાબર પરિમીતોમાંથી આ (હૈવ) સામાન્ય ખૂણો બાદ કર્યો,
 તો ૩ ન. પ્રત્યક્ષ પ્ર. આ (અઈહ) ખૂણો તે આ (વૈક) ખૂણાની
 બરાબર રહ્યો એ સિદ્ધ. એજ પ્રમાણે આ (હૈવ) તથા આ (ક
 ઈઅ) ખૂણા પણ બરાબર છે.

આ પ્રતિજ્ઞામાં જે બે ખૂણા બરાબર કરવા હોય, તે બંને ખૂ-
 ણા સાથે ૧૩ મી. પ્રતિજ્ઞા લાગુ કરતાં એકજ ખૂણો આવે, એ
 વાત ધ્યાનમાં રાખવી. જેમ આમાં (હૈવ) ખૂણો બંનેમાં
 સીધેત્ર છે.

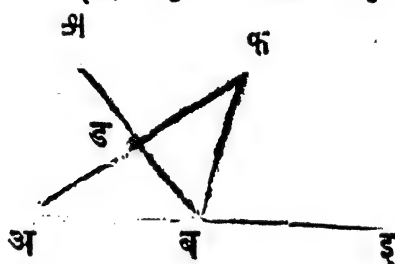
પ્રતિજ્ઞા ૧૬ મી. પ્રમેય.

કોઈ (અવક) ત્રિકોણની એક બાજુને વધારી તો બહારનો ખૂ-
 ણો તેની પાસેના માંહેનાની સામેના કોઈપણ એક ખૂણા કર-
 તો મોટો થશે.

આ (અવક) ત્રિકોણની આ (અવ) બાજુને વધારી, તો આ
 (કવૈ) બહારનો ખૂણો આ (વકઅ) અથવા આ (કઅવ) ખૂણા
 કરતાં મોટો થશે.

હવે આ (બકઅ) ખૂણા કરતાં આ (કબઈ) બહારનો ખૂણો મોટો કરવો છે તો.—

આ (બક) બાળુને ૧૦ મી. પ્રતિજ્ઞા પ્ર. દુભાગી. આ (ડ) દુ-
ભાગ બિંદુને આ (અ) બિંદુ સાથે ૧ લા. સ્વીકૃત પ્ર. સાંધ્યું. આ
(અડ) સાંધનારી લીટીને ૨ જા. સ્વીકૃત પ્ર. વધારી. આ વધારેલી
લીટીમાંથી (અડ) ની બરાબર આ (ડફ) ત્રીજી પ્રતિજ્ઞા પ્ર. કાપીને
રાખી. આ (ફ) તથા આ (બ) બિંદુઓને પહેલા સ્વીકૃત પ્ર. સાંધ્યાં.



સિદ્ધતા.

હવે આ (અડક) ત્રિકોણની આ (અડ) બાળુ તે આ (બ-
ફડ) ત્રિકોણની આ (ડફ) બાળુની બરાબર કાપીને રાખી છે,
અને આ (ડક) બાળુ તો આ (બડ) બાળુની બરાબર છે; કેમકે
દુભાગીને રાખેલી છે. અને આ (અડક) ખૂણો તે આ (ફડબ)
ખૂણાની બરાબર ૧૧ મી. પ્રતિજ્ઞા પ્ર. તેથી ૪ થી. પ્રતિજ્ઞા પ્ર. આ
(અડક) ત્રિકોણનો આ (બકઅ) ખૂણો તે આ (બફડ) ત્રિકોણ-
ના આ (ડબફ) ખૂણાની બરાબર. હવે આ (ડબફ) ખૂણા કરતાં
આ (કબઈ) ખૂણો ૬ મા. પ્રત્યક્ષ પ્ર. મોટો, તો આ (બકઅ) ખૂ-
ણા કરતાં પણ મોટો એ સિદ્ધ. એટલે આ (બકઅ) ખૂણા કરતાં

આ (કવઈ) બહારનો ખૂણો મોટો કરવો હતો તે થયો એ સિદ્ધ.

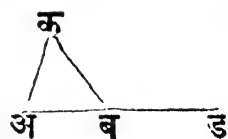
૧ બહારનો ખૂણો જે ખૂણા કરતાં મોટો કરવો હોય, તે બેની વચ્ચેની બાજુનેજ દુભાગવી.

૨ દુભાગ બિંદુને તેની સામેના ખૂણા સાથે સાંધવું. પછી એ સાંધનારી લીટીને દુભાગ બિંદુમાં થઈને વધારવી; અને પછી તેની બરાબર વધારેલા ભાગમાંથી કાપવી.

૩ વધારેલી લીટીને જે ઠેકાણે કાપી હોય, તે બિંદુને બહારના ખૂણાના શિરો બિંદુ સાથે સાંધવું; તેથી બે બહારનો ખૂણો છેલ્લો ન હોય, તો તેને વધારી, ખૂણાને છેલ્લો.

પ્રતિજ્ઞા ૧૭ મી. પ્રમેય.

એક (અવક) ત્રિકોણના કોઈ પણ (અ તથા વ અથવા અ તથા ક અથવા વ તથા ક) બે ખૂણાનો સરવાળો બે કાટખૂણા કરતાં ઓછો છે.



સિદ્ધતા.

આ (અવક) ત્રિકોણના આ (વ તથા આ ક) ખૂણાનો સરવાળો બે કાટખૂણા કરતાં ઓછો થશે, તે સિદ્ધ કરવા સાર આ (અવ) બાજુને બીજા સ્વીકૃત પ્ર. વધારી, તો ૧૩ મી. પ્રતિજ્ઞા. પ્ર. આ (અવક) તથા આ (હવક) ખૂણાનો સરવાળો બે કાટખૂણાની બરાબર અને આ (ક) ખૂણા કરતાં આ (હવક) બહારનો

ખૂણો ૧૬ મી. પ્રતિજ્ઞા પ્ર. મોટો છે. હવે આ (અવક) ખૂણા સાથે આ (હવક) મોટો ખૂણો મેળવીએ, તો તેનો સરવાળો બે કાટખૂણા બરાબર થાય છે; ત્યારે આ (અવક) ખૂણા સાથે આ (હવક) ખૂણાને બદલે તેનાથી નાનો આ (ક) ખૂણો મેળવીએ તો તેનો સરવાળો બે કાટખૂણા કરતાં ઓછો એ સિદ્ધ.

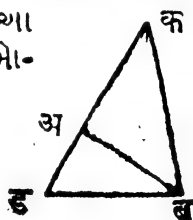
૧ જે બે ખૂણાનો સરવાળો બે કાટખૂણા કરતાં ઓછો કરવાનો હોય તે બે ખૂણાઓના શિરોબિંદુ માહેના કોષ્ટ પાંચ શિરોબિંદુથી એક બાંધુને વધારવી.

૨ કાટખૂણત્રિકોણ અને પહોળખૂણત્રિકોણની વ્યાખ્યાઓ, અને સમબાંધુત્રિકોણના ત્રણે સાંકડા ખૂણા, અને સમદ્વિબાંધુત્રિકોણના બરાબરના ખૂણા, તે પાંચ સાંકડા એ વાત આ પ્રતિજ્ઞાથી સિદ્ધ કરી શકાય છે.

પ્રતિજ્ઞા ૧૮ મી. પ્રમેય.

જો એક (અવક) ત્રિકોણની એક (વક) બાંધુ બીજી (અવક) બાંધુ કરતાં મોટી હોય તો, મોટી બાંધુ સામેનો (અ) ખૂણો તે નાની બાંધુની સામેના (વ) ખૂણા કરતાં મોટો થશે.

આ (અવક) ત્રિકોણની આ (વક) બાંધુ મોટી છે અને આ (અવક) બાંધુ નાની છે, તો આ (અ) ખૂણો આ (વ) ખૂણા કરતાં મોટો થશે.



સિદ્ધતા.

ધારો કે આ (અ) તથા આ (બ) ખૂણા નાના મોટા નથી, પણ યરાયર છે. તો ૬ ફી. પ્રતિજ્ઞા પ્ર. આ (અક) તથા આ (બક) બાબુઓ યરાયર હોવી જોઈએ; પણ જીવન્યાસમાં નાની મોટી આપી છે, માટે એ બે ખૂણા યરાયર તો નથી, પણ નાના મોટા છે. હવે બેમાં કયો ખૂણો મોટો છે તે સિદ્ધ કરવા માટે આ (અક) નાની બાબુને બીજા સ્વીકૃત પ્ર. વધારી, અને તેમાંથી આ (બક) મોટી બાબુની યરાયર ૩૭ પ્રતિજ્ઞા પ્ર. આ (કડ) કાપી, અને આ (ડ) તથા આ (બ) બિંદુઓને ૧લા. સ્વીકૃત પ્ર. સાંધ્યાં. હવે આ (ડબક) ત્રિકોણની આ (કડ) તથા આ (બક) બાબુઓ યરાયર રાખી છે, માટે પાંચમી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે આ (કડબ) ખૂણો તે આ (ડબક) ખૂણાની યરાયર. હવે આ (અબક) ખૂણા કરતાં આ (ડબક) ખૂણો ૬ મા. પ્રત્યક્ષ પ્ર. મોટો, અને આ (કડબ) ખૂણો તે આ (ડબક) ખૂણાની યરાયર છે, માટે આ (અબક) ખૂણા કરતાં આ (કડબ) ખૂણો પણ મોટો. હવે આ (કડબ) ખૂણા કરતાં આ (કઅબ) ખૂણો ૧૬ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર. મોટો. આ (અબક) કરતાં આ (કડબ) ખૂણો મોટો, અને આ (કડબ) ખૂણા કરતાં આ (કઅબ) ખૂણો મોટો, તો આ (અબક) ખૂણા કરતાં આ (કઅબ) ખૂણો ધણેજ મોટો એટલે આ (કબ) મોટી બાબુ સામેનો આ (કઅબ) ખૂણો મોટો કરવો હતો તે થયો એ સિદ્ધ.

૧ આ પ્રતિજ્ઞા બે રીતે સિદ્ધ કરી શકાય છે. ૧ મોટી-બાબુ

જુમાંથી નાનીની જરાબર ભાગ કાપીને. ૨ મોટીની જરાબર નાં
નીને વધારીને.

પ્રતિજ્ઞા ૧૯ મી. પ્રમેય.

જો એક (અવક) ત્રિકોણનો એક (અ) ખૂણો બીજા (બ)
ખૂણા કરતાં મોટો હોય, તો મોટા ખૂણાની સામેની (કબ) બાજુ
તે નાના ખૂણા સામેની (કઅ) બાજુ કરતાં મોટી થશે.

આ (અવક) ત્રિકોણનો આ (અ) ખૂણો મોટો આપેલ છે,
તો તેની સામેની આ (કબ) બાજુ મોટી
થશે. અને આ (બ) ખૂણો નાનો આપેલ છે,
તો તેની સામેની આ (કઅ) બાજુ ના-
ની થશે,



સિદ્ધતા.

કોઈ કહશે કે આ (કબ) બાજુ મોટી નથી, તો એ અંક
(કઅ) ની જરાબર હોય અથવા નાની હોય. ધારો કે જરાબર છે.
જો જરાબર હોય તો ૫ મી. પ્રતિજ્ઞા પ્ર. આ (અ) તથા આ (બ)
ખૂણા જરાબર થવા જોઈએ, પણ ઉપન્યાસમાં જરાબર આપેલ ન-
થી, માટે એ બે બાજુઓ જરાબર નથી. હવે જો આ (કબ)
બાજુ કરતાં આ (કઅ) બાજુ મોટી હોય, તો ૧૮મી. પ્રતિજ્ઞા પ્ર.
આ (બ) ખૂણાં તે આ (અ) ખૂણા કરતાં મોટો હોવો જોઈએ, પણ
ઉપન્યાસમાં નાનો આપેલ છે. માટે આ (કઅ) બાજુ આ (કબ) બાજુની

જરાગર નથી, તેમ મોટી પણ નથી, ત્યારે નાની છે એ સિદ્ધ; એટલે આ (બ) નાના ખૂણાની સામેની આ (કઅ) બાજુ તે આ (અ) મોટા ખૂણા સામેની આ (કબ) બાજુ કરતાં નાની થઇ. અને આ (કઅ) કરતાં આ (કબ) મોટી થઈ એ સિદ્ધ.

૧ આ પ્રતિજ્ઞા ૧૮ મી. પ્રતિજ્ઞાનો ઉલ્લેખ પ્રકાર છે; તેમજ ઉલ્લેખી સિદ્ધતાથી સિદ્ધ થાય છે.

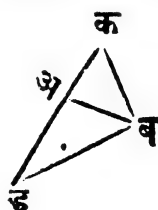
૨ જેવો સંબંધ પાંચમી ને છઠ્ઠી પ્રતિજ્ઞા વચ્ચે છે, તેવોજ સંબંધ ૧૮મી ને ૧૯મી. પ્રતિજ્ઞા વચ્ચે છે. એટલે પાંચમીમાં બાજુઓ આપેલી છે અને ખૂણા સિદ્ધ કરવાના છે, તેમ અઠારમીમાં બાજુઓ આપેલી છે અને ખૂણાઓ સિદ્ધ કરવા છે. તેમજ છઠ્ઠીમાં ખૂણા ઉપરથી બાજુઓ સિદ્ધ કરેલ છે, તેમ એગણીશમીમાં પણ ખૂણા ઉપરથી બાજુઓ સિદ્ધ કરેલ છે. માટે મથાળું યાદ રાખવા પાંચમી અને અઠારમી ગણતરી અને છઠ્ઠી તથા એગણીશમી ગણતરી સમજવી.

પ્રતિજ્ઞા ૨૦ મી. પ્રમેય.

કાષ્ઠ (અબક) ત્રિકોણની કાઈ પણ બે (અબ) તથા (અક) બાજુઓનો સરવાળો ત્રીજી (બક) કરતાં મોટો થશે.

સિદ્ધતા.

આ (કઅ) બાજુને બીજા સ્વીકૃત પ્ર. વધારી, અને વધારેલા ભાગમાંથી આ (અબ) ની જરાગર ૩ છ. પ્રતિજ્ઞા પ્ર. આ (અડ) કાપી. આ (ડ) તથા આ (બ) બિંદુઓને પહેલા સ્વીકૃત. પ્ર. સાધ્યાં.



હવે આ (ડબઅ) ત્રિકોણની આ (અડ) તથા આ (અવ) બાજુઓ બરાબર છે, કેમકે કાપીને રાખી છે. માટે ૫ મી. પ્રતિમા પ્ર. આ (અડબ) ખૂણો તે આ (ડબઅ) ખૂણાની બરાબર. અને આ (ડબઅ) ખૂણા કરતાં આ (ડબક) ખૂણો ૬ મા. પ્રત્યક્ષ પ્ર. મોટો, તે આ (ડ) ખૂણા કરતાં પણ આ (ડબક) ખૂણો મોટો.

હવે આ (ડબક) ત્રિકોણ લઈએ, તેમાં આ (ડ) ખૂણા કરતાં આ (ડબક) ખૂણો મોટો કરી ગયા છીએ, માટે ૧૬ મી. પ્રતિમા. પ્ર. આ (બક) બાજુ કરતાં આ (ડક) બાજુ મોટી અને આ (ડક) બાજુ તે આ (અક) તથા આ (અડ) બાજુ મળીને થયેલી છે, અને આ (અડ) બાજુ તે આ (અવ) બાજુની બરાબર છે. માટે આ (અક) તથા આ (અવ) બાજુનો સરવાળો આ (ડક) ની બરાબર થયો. અને આ (ડક) બાજુ તે આ (બક) બાજુ કરતાં મોટી કરી ગયા છીએ, માટે આ (અક) તથા આ (અવ) નો સરવાળો આ (બક) કરતાં મોટો થયો. એ સિદ્ધ.

૧ આ પ્રતિમા મુખ્ય ત્રણ રીતે સિદ્ધ કરી શકાય છે. જે બાજુનો સરવાળો ત્રીજી બાજુ કરતાં મોટો કરવો છે, તે બાજુઓ જે બિંદુ આગળ મળે છે તે બિંદુમાં થઈને નવ એવી રીતે સરવાળો કરવાની કોઈ પણ બાજુને વધારવી; પછી જે બાજુને વધારી હોય તેના વધારેલા ભાગમાંથી બીજી (જે બાજુ સરવાળાના કાગમાં લીધેલ છે તે) બાજુ જેવડો ભાગ કાપવો.

૨ સરવાળો કરવાની જે બાજુઓ જે બાજુ પાસે મળે છે, તે બાજુને દુભાગવો, અને તે દુભાગનારી લીટીને ત્રીજી બાજુ

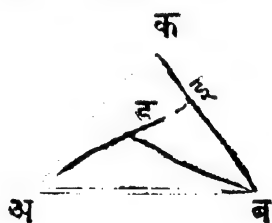
સુધી વધારવી; તેથી બે ત્રિકોણો થશે. દરેક ત્રિકોણના દુભાગવાથી થયેલ ખૂણા કરતાં પાયા સુધી દોરેલી લીટીથી થયેલ ખૂણો ૧૬ મી. પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે મોટો થશે. પછી ૧૬ મી. પ્રતિજ્ઞા લાગુ કરવી.

૩ સરવાળો કરવાની બે બાજુઓ ને ખૂણા પાસે ગળે છે ત્યાંથી પાયા ઉપર લંબ દોરવાથી પણ થઈ શકે છે.

પ્રતિજ્ઞા ૨૧ મી. પ્રમેય.

કોષ્ટ (અવક) ત્રિકોણની ગાંઠે એક (ડ) બિંદુ સુધી કોઈ પણ (અવ) બાજુના છેડાઓથી દોરેલી બે (અડ તથા વડ) સીધી લીટીઓનો સરવાળો ત્રિકોણની બીજી બે (કઅ તથા કવ) બાજુઓના સરવાળા કરતાં ઓછો થશે, પણ તે લીટીઓની વચ્ચેનો ખૂણો બાજુઓની વચ્ચેના ખૂણા કરતાં મોટો થશે.

આ (અડ) તથા આ (વડ) બાજુના સરવાળા કરતાં, આ (કઅ) તથા આ (કવ) બાજુનો સરવાળો મોટો થશે, પણ આ (ક) ખૂણા કરતાં આ (અડવ) ખૂણો મોટો થશે.



સિદ્ધતા.

આ (અડ) બાજુને બીજા સ્વીકૃત પ્ર. આ (કવ) ને ગળે તો સુધી વધારી. હવે આ (વડ) ત્રિકોણમાં આ (કવ) તથા આ (અડ) બાજુનો સરવાળો આ (કવ) બાજુ કરતાં ૨૦ મી. પ્રતિજ્ઞા

પ્રમાણે મોટા. એ બે વિષમ પરિમિતોમાં આ (કઅ) બાજુ મેળવી
તો ૪ થા. પ્રત્યક્ષ પ્ર. આ-(કઅ) તથા આ (કઅ) નો સરવાળો આ
(કઅ) તથા આ (કઅ) ના સરવાળા કરતાં મોટો. હવે આ (ક
અ) ત્રિકોણમાં આ (કઅ) તથા આ (કઅ) બાજુનો સરવાળો
આ (કઅ) કરતાં ૨૦ મી. પ્રતિષ્ઠા પ્ર. મોટો. એ વિષમ પરિમિ-
તોમાં આ (કઅ) મેળવી તો ચોથા પ્રત્યક્ષ પ્ર. આ (કઅ) તથા આ
(કઅ) ના સરવાળા કરતાં, આ (કઅ) તથા આ (કઅ) નો સરવા-
ળો મોટો. હવે આ (કઅ) તથા આ (કઅ) ના સરવાળા કરતાં,
આ (કઅ) તથા આ (કઅ) બાજુનો સરવાળો મોટો અને આ (ક
અ) તથા આ (કઅ) બાજુના સરવાળા કરતાં આ (કઅ) તથા આ
(કઅ) બાજુનો સરવાળો મોટો તો આ (કઅ) તથા આ (કઅ)
બાજુના સરવાળા કરતાં આ (કઅ) તથા આ (કઅ) બાજુનો સ-
રવાળો ઘણો મોટો; એટલે આ (કઅ) તથા આ (કઅ) બાજુના સ-
રવાળા કરતાં આ (કઅ) તથા આ (કઅ) બાજુનો સરવાળો મોટો
કરવો હતો તે થયો એ સિદ્ધ.

હવે આ (ક) ખૂણા કરતાં આ (ક) ખૂણો ૧૬ મી. પ્રતિષ્ઠા
પ્ર. મોટો, અને આ (ક) ખૂણા કરતાં આ (ક) ખૂણો ૧૬ મી. પ્ર-
તિષ્ઠા પ્ર. મોટો, તો આ (ક) ખૂણા કરતાં આ (ક) ખૂણો ઘણો
મોટો, એટલે આ (ક) ખૂણા કરતાં આ (ક) ખૂણો ૭ મોટો
કરવાનો હતો તે પણ આ થયો એ સિદ્ધ.

૧ ત્રિકોણની બહાર જિંદુ આપેલું હોય તો સિદ્ધ થઈ શકે
નહીં, તેમજ એક બાજુ ઉપર આપ્યું હોય તો સાધન પૂરું થઈ
શકતું નથી.

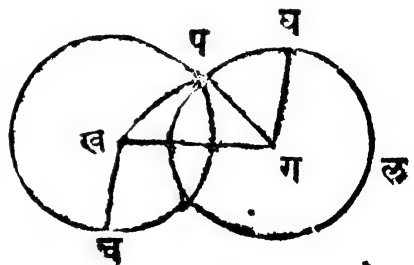
૨ આ પ્રતિજ્ઞામાં બાબુના હેડાંની આપેલી બિંદુ સૂધી જે બીટીઓ દોરેલી છે તે ગાંહેની જે લીટી ત્રિકોણની એક બાજુ થતી હોય, તે ત્રિકોણ પ્રથમ લેવો.

પ્રતિજ્ઞા ૨૨ મી. કૃત્ય.

ત્રણ (અંબ, કડ, ફ) સીધી લીટીઓ આપેલી છે, એની કે તેઓ ગાંહેલી કાષ્ટ પણ બેનો સરવાળો ત્રીજી અ — વ કરતાં મોટો છે, તો જેની બાબુઓ અનુક્રમે આ- ક — ઢ પેલી લીટીઓની બરાબર થાય એવો એક ત્રિ- ર — ફ કોણ કરવાનું. આ (અંબ, કડ, ફ) ત્રણ સીધી લીટીઓ આપેલી છે. આ ગાંહેલી કાષ્ટ પણ બેનો સરવાળો ત્રીજી કરતાં મોટો છે, તો આ આપેલી લીટીઓની બરાબર જેની બાબુઓ થાય, એવો એક ત્રિકોણ કરવો છે.

સાધન.

હવે આ (અંબ) એક બિંદુ લીધું. આ (અંબ) બિંદુથી આ (અંબ) ની બરાબર ૨ જ. પ્રતિજ્ઞા પ્ર. આ (અંબ) લીટી દોરી અને આ (અંબ) બિંદુથી આ (અંબ) ની બરાબર ૨ જ. પ્રતિજ્ઞા પ્ર. આ (અંબ) લીટી દોરી અને આ (અંબ) બિંદુથી આ (અંબ) લીટીની બરાબર આ (અંબ) લીટી દોરી. હવે આ (અંબ) મધ્ય બિંદુ ધારી આ (અંબ)



ત્રિજ્યાએ ૩ જા. સ્વીકૃત૦ પ્ર. આ (ચનપ) ગોળ દોર્યો. અને આ (ગ) મધ્ય બિંદુ ધારી આ (ગ ઘ) ત્રિજ્યાએ ૩ જા. સ્વીકૃત૦ પ્ર. આ (ઘ લ પ) ગોળ દોર્યો, આ (લ) તથા આ (પ) બિંદુઓને તેમજ આ (ગ) તથા આ (પ) બિંદુઓને પણ ૧ લા. સ્વીકૃત૦ પ્ર. સાંધ્યાં તો કરવાનો ત્રિકોણ તે આ (લ ગ પ) થશે.

સિદ્ધતા.

આ (ચનપ) ગોળની આ (લ) તથા આ (લ પ) ત્રિજ્યાઓ છે, માટે ૧૫ મી. વ્યાખ્યા પ્ર. બરાબર. અને આ (લ) તે આ (કઢ) આપેલી લીટીની બરાબર આપણે દોરી છે, માટે ૧ લા. પ્રત્યક્ષ૦ પ્ર. આ (લ પ) તે આ આપેલી (કઢ) ની બરાબર. હવે આ (ઘ લ પ) ગોળની આ (ગ ઘ) તથા આ (ગ પ) ત્રિજ્યાઓ છે, માટે તે ૧૫ મી. વ્યાખ્યા પ્ર. બરાબર. અને આ (ગ ઘ) તે આપેલી (ફ) લીટીની બરાબર દોરી છે, માટે ૧ લા. પ્રત્યક્ષ૦ પ્ર. આ (ગ પ) તે આ આપેલી (ફ) ની બરાબર; અને આ (લ ગ) તે આ આપેલી (અ) ની બરાબર પણ દોરી છે, માટે આ (લ ગ પ) ત્રિકોણની આ (લ ગ), આ (લ પ) અને આ (ગ પ) એ ત્રણે બાજુઓ અનુક્રમે આ આપેલી (અ), આ (કઢ) અને આ (ફ) ની બરાબર કરવી હતી તે થઈ એ સિદ્ધ.

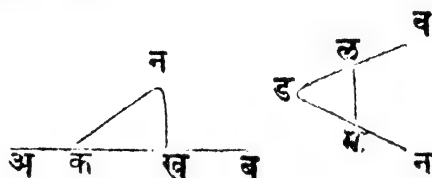
૧ જે સીધી લીટીઓનો સરવાળો ત્રીજી સીધી લીટી કરતાં મોટો આપ્યો ન હોય, તો તેમની બરાબર બાજુઓ થાય એવો ત્રિકોણ કઢી કરી શકાય નહીં; જો સરવાળો ત્રીજી લીટી કરતાં ઓછો આપ્યો હોય તો ગોળ છેદાશે નહીં, તેમજ સરવાળો ત્રીજી લીટીની બરાબર આપ્યો હોય તો ગોળ માત્ર અડીને જશે, અને ગોળ છેદાયા સિવાય ત્રિકોણ કરી શકાય નહીં,

૨ આ પ્રતિજ્ઞા ૨૦ મી પ્રતિજ્ઞાનો ઉલ્લેખ પક્ષ છે.

પ્રતિજ્ઞા ૨૩ મી. કૃત્ય.

એક (અબ) કહેલી લીટીમાં એક કહેલા (ક) બિંદુથી એક કહેલા (ડ) ખૂણાની યરાગર એક ખૂણો કરવાનું.

આ એક (અબ) લીટી આપેલી છે, અને તેમાં આ (ક) બિંદુ આપેલું છે. તે બિંદુથી આ (ડ) ખૂણાની યરાગર એક ખૂણો કરવો છે.



સાધન.

આ (ડવ) બાજુમાં આ (લ) બિંદુ લીધું, અને આ (ડન) બાજુમાં આ (મ) બિંદુ લીધું. અને આ (મ) તથા આ (લ) બિંદુઓને ૧લા, ૨લી કૃત ૦ પ્ર. સાંધ્યાં. હવે આ (ક) બિંદુથી આ (ક વ) લીટીમાંથી ૩ ૭ પ્રતિજ્ઞા પ્ર. આ (કવ) (ડમ) ની યરાગર કાપી. હવે આ (ડમ), આ (મલ) અને આ (ડલ) લીટીઓની યરાગર જેની અનુક્રમે બાજુઓ થાય, એવો આ (ક) બિંદુથી ૨૨ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર. આ (ક વ ન) ત્રિકોણ કયો, તે આ (ક) ખૂણો તે આ (ડ) ખૂણાની યરાગર કરવાનો ખૂણો થશે.

સિદ્ધતા.

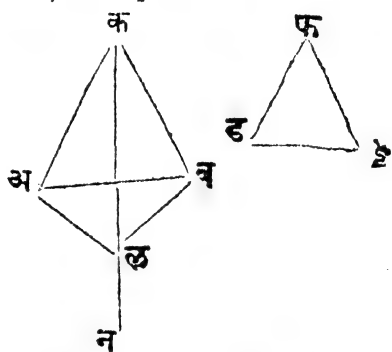
આ (ડમલ) ત્રિકોણની આ (ડમ) આ (મલ) અને આ (ડલ) બાજુઓ તે અનુક્રમે આ (કવન) ત્રિકોણની આ (કવ)

આ (સ્વન) અને આ (કન) ની બરાબર દોરી છે, તે ૮ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર. આ (ઢ) ખૂણો તે આ (ક) ખૂણાની બરાબર એ સિદ્ધ.

૧ આ પ્રતિજ્ઞાથી હરકેષ જાતનો ખૂણો કહેલી લીટીમાં કહેલા નિંદુળી દોરી શકાય છે. તેમ ૧૧મી પ્રતિજ્ઞામાં એ કાટખૂણાજ કરી શકાય છે, માટે આ પ્રતિજ્ઞાનો તેને પેટા બાગ કહીએ તો ચાલે.

પ્રતિજ્ઞા ૨૪ મી. પ્રમેય.

જો એ (અવક) તથા (હફ) ત્રિકોણોમાં એકની એ બાજુઓ (કઅ તથા કબ) અનુક્રમે બીજાની એ બાજુઓ (ફઢ તથા ફઈ) ની બરાબર હોય, અને બરાબર બાજુઓ વચ્ચેનો એકનો એક (ક) ખૂણો તે બીજાના એક (ફ) ખૂણા કરતાં મોટો હોય, તો મોટા ખૂણાની સામેની (અવ) બાજુ તે નાના ખૂણા સામેની (હફ) બાજુ કરતાં મોટી થશે.



આ (અવક) ત્રિકોણની આ (કઅ) તથા આ (કબ) બાજુઓ તે આ (હફ) ત્રિકોણની અનુક્રમે આ (ફઢ) તથા આ (ફઈ) બાજુની બરાબર આપેલી છે, અને આ (ક) ખૂણો તે આ (ફ) ખૂણા કરતાં મોટો આપ્યો છે, તો આ (અવ) બાજુ આ (હફ) બાજુ કરતાં મોટી થશે.

સિદ્ધતા.

જો આ (અવ) બાજુ આ (હફ) બાજુની બરાબર હોય, તો

૬ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર. આ (ક) તથા આ (ફ) ખૂણા બરાબર હોવા જોઈએ, પણ આખ્યા છે નાના મોટા, માટે એ બે બાબતો બરાબર તો નથી.

જો આ (અવ) બાબત કરતાં આ (ડઈ) બાબત નાની કણત કરીએ તો જે કરવાનું હતું તે થયું. એટલે સિદ્ધ કરવાનું કાર્ત્ત રહ્યું નહીં, પણ આ (અવ) કરતાં આ (ડઈ) બાબતને મોટી કહીએ તો આ (ક) ગિંદુથી આ (ફ) ખૂણાની બરાબર ૨૩ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર. આ (અકલ) ખૂણા કર્યો. આ (કન) લીટીમાંથી આ (ફઈ) ની બરાબર ત્રીજી પ્રતિજ્ઞા પ્ર. આ (લી (કલ) કાપી. આ (અ) તથા આ (લ) ગિંદુઓને અને આ (લ) તથા આ (વ) ગિંદુઓને ૧ લા સ્વીકૃત પ્ર. સાંધ્યાં.

હવે આ (અલક) ત્રિકોણની આ (કઅ) બાબત તે આ (ડ-ઈફ) ત્રિકોણની આ (ફડ) બાબતની બરાબર આપેલી છે, અને અને આ (કલ) બાબત તે આ (ફઈ) ની બરાબર કાપીને રાખી છે, અને આ (અકલ) ખૂણા તે આ (ફ) ખૂણાની બરાબર પણ કરેલો છે, માટે ૪ થી પ્રતિજ્ઞા પ્ર. આ (અલ) પાચો તે આ (ડઈ) પાચાની બરાબર.

હવે આ (લવક) ત્રિકોણની આ (કલ) બાબત તે આ (ડ-ઈફ) ત્રિકોણની આ (ફઈ) બાબતની બરાબર કાપીને રાખી છે, અને આ (ફવ) બાબત આ (ફઈ) ની બરાબર આપેલી છે, માટે ૧ લા પ્રત્યક્ષ પ્ર. આ (કલ) બાબત તે આ (કવ) બાબતની બરાબર. અને એ બાબતો બ્યારે બરાબર છે, તો ૫ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર. આ (કલ)

૬) તથા આ (લવક) ખૂણા યરાયર. અને આ (લવઅ) ખૂણા કરતાં આ (લવક) ખૂણો ૯ મા. પ્રત્યક્ષ ૦ પ્ર. મોટો છે; તો આ (કલવ) ખૂણો પણ આ (લવઅ) ખૂણા કરતાં મોટો. હવે આ (કલવ) ખૂણા કરતાં આ (અલવ) ખૂણો ૯ મા પ્રત્યક્ષ ૦ પ્ર. મોટો છે. આ (લવઅ) ખૂણા કરતાં આ (કલવ) ખૂણો મોટો, અને આ (કલવ) ખૂણા કરતાં આ (અલવ) ખૂણો મોટો, તો આ (લવઅ) ખૂણા કરતાં આ (અલવ) ખૂણો ઘણોજ મોટો.

હવે આ (અલવ) ત્રિકોણમાં આ (લવઅ) ખૂણા કરતાં આ (અલવ) ખૂણો મોટો છે, તો ૧૬ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર. આ (અલ) બાજુ કરતાં આ (અવ) બાજુ મોટી, અને આ (અલ) બાજુ તે આ [ડઈફ] ત્રિકોણની આ (ડઈ) બાજુની યરાયર કરી ગયા છીએ; માટે આ (અવ) બાજુ તે આ (ડઈ) બાજુ કરતાં પણ મોટી. અને ધારી છે નાની, માટે નાની નથી પણ મોટી છે. એટલે મોટા ખૂણા સામેની આ (અવ) બાજુ તે નાના ખૂણા સામેની આ (ડઈ) બાજુ કરતાં મોટી ધરવાની હતી તે આ થઈ એ સિદ્ધ.

૧ આ પ્રતિજ્ઞામાં કાષવાની લીટી જેમ ત્રિકોણની નીચે કાપી છે, તેમ પાયાની ઉપર કે ત્રિકોણની અંદરથી કાપીને પણ સિદ્ધ કરી શકાય છે.

પ્રતિજ્ઞા ૨૫ મી. પ્રમેય.

જો (અવક તથા ડઈફ) એ ત્રિકોણમાં એકની એ (કઅ તથા કૅવ) બાજુઓ અનુક્રમે બીજાની એ (ફઈ તથા ફઈ) બાજુઓની યરાયર હોય, અને એકની ત્રીજી (અવ) બાજુ બીજાની ત્રી-

છ (ડઈ) બાબુ કરતાં મોટી હોય, તો મોટી બાબુ સામેના (ક) ખૂણો તે નાની બાબુની સામેના (ફ) ખૂણા કરતાં મોટો થશે. આ (અવ) ત્રિકોણની આ (ક) તથા (ક) બાબુઓ આ (ડ-ઈ) ત્રિકોણની આ (ફ) તથા (ફ) બાબુની બરાબર છે, અને આ (અવ) બાબુ આ (ડઈ) બાબુ કરતાં મોટી આપેલી છે, તો આ (ક) ખૂણો તે આ (ફ) ખૂણા કરતાં મોટો થશે.

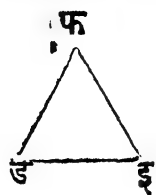
પહેલું ધારો કે આ (ક) તથા આ (ફ) ખૂણા બરાબર છે, હવે જો જો જો ખૂણા બરાબર હોય તો ૪ થી પ્રતિજ્ઞા પ્ર. આ (અવ) પાથો તે આ (ડઈ) પાથની બરાબર થાય; પણ આપેલ છે નાના મોટા, તેથી આ (ક) તથા આ (ફ) ખૂણા બરાબર તો નથી.

બીજું ધારો કે આ (ક) ખૂણા કરતાં આ (ફ) ખૂણો મોટો છે. હવે જો આ (ક) ખૂણા કરતાં આ (ફ) ખૂણો મોટો હોય તો ૨૪ માં પ્રતિજ્ઞા પ્ર. આ (અવ) બાબુ કરતાં આ (ડઈ) બાબુ મોટી હોવી જોઈએ, પણ આપી છે નાની, માટે આ (ક) ખૂણા કરતાં આ (ફ) ખૂણો મોટો પણ નથી.

હવે આ (ક) ખૂણા કરતાં આ (ફ) ખૂણો મોટો નથી, તેમ બરાબર પણ નથી, તો પછી નાનોજ છે એ સિદ્ધ. એટલે આ (અવ) મોટી બાબુ સામેના આ (ક) ખૂણો તે આ (ડઈ) નાની બાબુ સામેના આ (ફ) ખૂણા કરતાં મોટો કરવો હતો તે થયો.

બીજી રીતે—આ (અવ) મોટી બાબુમાંથી આ (ડઈ) નાની બાબુની બરાબર ૩ છ પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે આ (અમ) કાપીને રાખી.

હવે આ (કઈફ) ત્રિકોણની યરાળર જેની અતુકમે બાજુઓ થાયે;
 એવો રરમી પ્રતિજ્ઞા પ્ર-
 માણે આ (અમ) બાજુ
 ઉપર આ (અલમ) ત્રિ-
 કોણ કયો. આ (ક) તથા
 આ (લ) શિરો બિંદુઓને
 ૧લા. સ્વીકૃત પ્ર. સાંધ્યાં, અને આ (લમ) બાજુ-
 ને આ (કબ) બાજુને
 મળતાં સૂધી રમ સ્વી-
 કૃત પ્ર. વધારી.



હવે આ (કઅલ) ત્રિકોણની આ (કઅ) બાજુ તે આ (કઈફ) ત્રિકોણની આ (ફઈ) બાજુની યરાળર આપેલી છે, અને આ (અલ) બાજુ તે આ (ફઈ)ની યરાળર કરીછે, માટે ૧ લા પ્રત્યક્ષ પ્ર. આ (અક) તથા આ (અલ) બાજુઓ યરાળર; અને તે યરાળર છે, તે આ (અલક) તથા આ (લકઅ) બાજુ ૫ મી. પ્રતિજ્ઞા પ્ર. યરાળર.

હવે આ (કબ) બાજુ તે આ (ફઈ) બાજુની યરાળર આપેલી છે, અને આ (ફઈ) ની યરાળર આ (લમ) કરી છે, માટે ૧ લા પ્રત્યક્ષ પ્ર. આ (લમ) તથા આ (કબ) બાજુઓ યરાળર. હવે આ (લમ) બાજુ કરતાં આ (લન) બાજુ ૬ મા પ્રત્યક્ષ પ્ર. મોટી, અને આ (લમ) તે આ (કબ) ની યરાળર છે, માટે આ (લન) આ (કબ) કરતાં ૫ થુ મોટી. તેમજ આ (કન) બાજુ ૬ મા

રતાં આ (કવ) ૯ મા પ્રત્યક્ષ ૦ પ્ર. મોટી છે; એટલે આ (કન) કરતાં આ (કવ) બાબુ મોટી થઈ, અને આ (કવ) કરતાં આ (લન) બાબુ મોટી થઈ, તો આ (કન) બાબુ કરતાં આ (લન) બાબુ ઘણી મોટી; તેથી આ (લનક) ત્રિકોણની આ (લન) મોટી બાબુ સામેનો આ (નકલ) ખૂણો તે આ (કન) નાની બાબુ સામેનો આ (કલન) ખૂણા કરતાં ૧૮ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર. મોટો.

હવે આ (નકલ) તથા આ (કલન) વિષય પરિગિતોમાં આ (અલક) તથા આ (લકઅ) સરખા ખૂણા મેળવ્યા, તે આ (વકઅ) ખૂણો તે આ (અલમ) ખૂણા કરતાં ૪ થા પ્રત્યક્ષ ૦ પ્ર. મોટો. અને આ (અલમ) ખૂણો તે આ (ફ) ખૂણાની બરાબર કરેલ છે, માટે આ આપેલા (ફ) ખૂણા કરતાં પણ આ (વકઅ) ખૂણો મોટો કરવાનો હતો તે થયો એ સિદ્ધ.

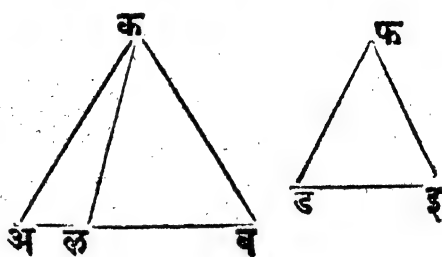
૧ આ પ્રતિજ્ઞા ૨૪ મી પ્રતિજ્ઞાનો ઉલટ પક્ષ છે.

૨ આ પ્રતિજ્ઞા ઉલટી તેમજ સુલટી બંને રીતે સિદ્ધ થઈ શકે છે. સુલટી રીતે સિદ્ધ કરતાં શિરોબિંદુને સાંધનારી લાટી નવા કરેલા ત્રિકોણની અંદર થઈને જાય કે બહારથી જાય તો પણ સિદ્ધ કરી શકાય.

પ્રતિજ્ઞા ૨૬ મી. પ્રમેય.

જો બે (અવક તથા આ હઈફ) ત્રિકોણમાં એકના (અ તથા વ) બે ખૂણા અનુક્રમે બીજા ત્રિકોણના (હ તથા ઇ) બે ખૂણાની બરાબર હોય, અને બરાબર ખૂણાના સંબંધમાં અને સરખા

સ્થિતિમાં રહેલી એવી એક ત્રિકોણની એક (બક) બાજુ તે બીજા ત્રિકોણની એક (ફ) બાજુની બરાબર હોય, તો બાકીની બાજુ અને ખૂણા તે બીજા ત્રિકોણની બાકીની બાજુ-ઓ અને ખૂણાની બરાબર થશે અને જાને ત્રિકોણો એક રૂપ થશે.



આ (અબક) ત્રિકોણના આ (અ તથા લ) ખૂણાને અનુ-ક્રમે આ (હફ) ત્રિકોણના આ (હ) તથા (ઈ) ખૂણાની બરાબર આપેલ છે, અને આ (બક) બાજુ તે આ (ફ) બાજુની બરાબર છે તો આ બે ત્રિકોણો એક રૂપ થશે.

ધારોકે આ (અબ) બાજુ આ (હઈ) બાજુ કરતાં મોટી છે, તો આ (અબ) બાજુમાંથી આ (હઈ) ની બરાબર ૩ છ પ્રતિમા પ્ર. આ (બલ) કાપી. આ (લ) તથા આ (ક) બિંદુઓને ૧ લા સ્ત્રીકૃત ૦ પ્ર. સાંધ્યાં.

સિદ્ધતા.

હવે આ (લબક) ત્રિકોણની આ (બક) બાજુ તે આ (હફ) ત્રિકોણની આ (ફ) બાજુની બરાબર આપેલ છે, અને આ (બલ) બાજુને આ (હઈ) ની બરાબર કાપીને રાખી છે, અને આ (વ) તથા આ (ઈ) ખૂણા બરાબર આપેલ છે, માટે ૪ થી પ્રતિ-મા પ્ર. આ (કલંબ) ખૂણો તે આ (હ) ખૂણાની બરાબર; અને આ (હ) ખૂણાની બરાબર આ (અ) ખૂણો આપેલ છે, માટે ૧લા પ્રત્યક્ષ ૦ પ્ર. આ (અ) તથા આ (લ) ખૂણા બરાબર.

હવે આ (અ) ખૂણા કરતાં આ (લ) ખૂણો ૧૬ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર. મોટો, અને પ્રથમ ધરાયર કરી ગયા, તે દેખીતું ઉલટું છે. માટે આ (અવ) બાજુ આ (ડઈ) બાજુ કરતાં મોટી નથી, તેવીજ રીતે આ (અવ) કરતાં આ (ડઈ) પણ મોટી નથી, એમ સિદ્ધ કરી શકાય છે. એટલે આ (અવ) તથા આ (ડઈ) બાજુઓ ધરાયર.

હવે આ (અવક) ત્રિકોણની આ (વક) બાજુ તે આ (ડ-ઈફ) ત્રિકોણની આ (ઈફ) બાજુની ધરાયર આપેલી છે, અને આ (અવ) બાજુ તે આ (ડઈ) બાજુની ધરાયર કરી ગયા, અને આ (વ) ખૂણો તે આ (ઈ) ખૂણાની ધરાયર આપેલ છે, માટે ૪ થી પ્રતિજ્ઞા પ્ર. આ (અક) બાજુ તે આ (ડફ) બાજુની ધરાયર; અને આ (વકઅ) ખૂણો તે આ (ફ) ખૂણાની ધરાયર. અને આ (અવક) આખો ત્રિકોણ તે આ (ડઈફ) આખા ત્રિકોણની ધરાયર એ સિદ્ધ.

૧ સરપ્રસ્થિતિ એટલે એક ત્રિકોણની જે તરફની અને જેવી સ્થિતિની બાજુ હોય તેજ તરફની અને તેવીજ સ્થિતિની બીજા તેની ધરાયરના ત્રિકોણની બાજુ લેવી.

૨ આ પ્રતિજ્ઞા ૪ થી પ્રતિજ્ઞાનો ઉલટ પક્ષ છે.

૩ જે આપેલા બે ખૂણા વચ્ચેની બાજુ ધરાયર આપેલી હોય, તો ૬ મા પ્રત્યક્ષ પ્રમાણનો ઉપયોગ કરવો પડે. અને પડખાની બાજુ ધરાયર આપી હોય, તો ૧૬ મી પ્રતિજ્ઞાનો ઉપયોગ કરવો પડે.

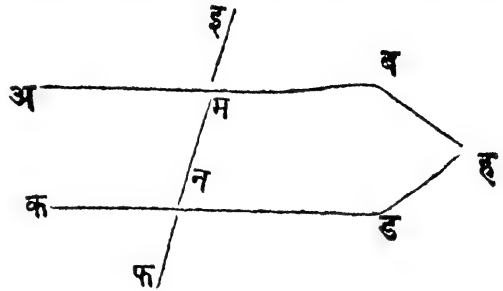
પ્રતિજ્ઞા ૨૭ મી. પ્રમેય.

જે એક (ઈફ) સીધી લીટી બીજા બે (અવ તથા કઈ) સી-

(૫૯)

ધી લીટીઓને છેદે અને તેથી (**વમન** તથા **કનમ**) વ્યુત્ક્રમ ખૂંડ
જાયો એક એકની બરાબર થાય તો આ સીધી લીટીઓ સમાંત-
ર થશે.

આ (**ઈફ**) સીધી લીટી આ (**અવ**) તથા આ (**કડ**) સીધી
લીટીઓને છેદે છે, અને
આ (**વમન**) તથા
આ (**કનમ**) વ્યુત્ક્રમ
ખૂંડા બરાબર આપેલ
છે, તો આ (**અવ**) તથા
આ (**કડ**) એ સીધી
લીટીઓ પરસ્પર સ-
માંતર થશે.



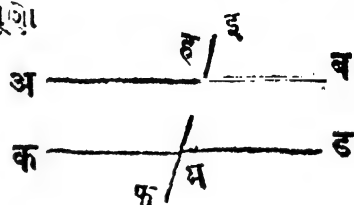
સિદ્ધતા.

ધારો કે તેઓ સમાંતર નથી. બ્યારે સમાંતર નથી, ત્યારે
તેઓને વધારીશું તો તેઓ એક તરફ મળી જશે. હવે આ (**અવ**)
તથા આ (**કડ**) ને વધારી તો તેઓ આ (**હ**) આગળ મળે. તે-
થી આ (**નહમ**) એક ત્રિકોણ થયો. હવે આ (**વમન**) ખૂંડા કર-
તાં આ (**કનમ**) ખૂંડો ૧૬ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર. મોટો, અને આપેલ
છે બરાબર; માટે આ બાબતો (**હ**) તરફ વધારવાથી મળતી નથી.
તેજ પ્રમાણે તેની સામી તરફ વધારીએ, તોપણ મળશે નહીં. અને
બ્યારે તે તરફ મળતી નથી, ત્યારે ૩૫ મી બ્યાખ્યા પ્ર. તે સમાં-
તર છે એ સિદ્ધ.



પ્રતિજ્ઞા ૨૮ મી. પ્રમેય.

એ એક (ઈફ) સીધી લીટી એ (એબ તથા કડ) સીધી લીટીઓને છેદે, અને તેથી બહારનો ખૂણો (અહઈ) લીટીની એકજ તરફના માંહેનાની સામેના (કમહ) ખૂણાની બરાબર થાય. અથવા એકજ તરફના માંહેના એ ખૂણા (હમડ તથા વહમ) નો સરવાળો એ કાટખૂણાની બરાબર થાય, તો એ એ સીધી લીટીઓ અરસ્પરસ સમાંતર થશે.



સિદ્ધતા.

આ (અબ) તથા આ (કડ) સીધી લીટીઓને આ (ઈફ) સીધી લીટી છેદેછે, અને આ (હમડ) તથા (વહમ) એ એ ખૂણાનો સરવાળો એ કાટખૂણા બરાબર આપેલ છે, તો આ (અબ) તથા આ (કડ) સીધી લીટીઓ અરસ્પરસ સમાંતર થશે એ કરવું છે.

પહેલું ધારો કે આ (અહઈ) તથા આ (કમહ) ખૂણા બરાબર છે, પણ આપેલી લીટીઓ સમાંતર નથી. હવે આ (અહઈ) તથા આ (વહમ) ખૂણા ૧૫ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર. બરાબર. અને આ (અહઈ) તથા આ (કમહ) ખૂણા બરાબર આપેલા છે, તેથી ૧ લા પ્રત્યક્ષ ૦ પ્ર. આ (વહમ) તથા આ (કમહ) ખૂણા બરાબર અને તે વ્યુત્ક્રમ છે, માટે ૨૭ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર. આ (અબ) તથા આ (કડ) એ એ સમાંતર છે એ સિદ્ધ.

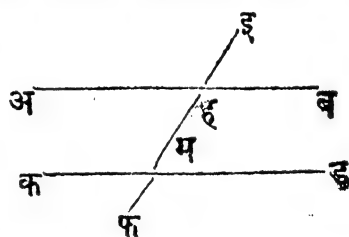
બીજું ધારો કે આ (વહમ) તથા આ (હમડ) ખૂણાનો સરવાળો એ કાટખૂણા બરાબર છે, પણ આપેલી લીટીઓ સમાંતર

નથી. હવે આ (હમડ) તથા આ (કમહ) ખૂણાનો સરવાળો ૧૩ મી પ્રતિસા પ્ર. બે કાટખૂણાની યરાળર; અને આ (બહમ) તથા આ (હમડ) ખૂણાનો સરવાળો બે કાટખૂણાની યરાળર આપેલ છે, માટે એ બે યરાળર પરિગિતોમાંથી આ (હમડ) સામાન્ય ખૂણો બાદ કર્યો, તો ત્રીજા પ્રત્યક્ષ ૦ પ્ર. આ (બહમ) તથા આ (કમહ) ખૂણા યરાળર રહ્યા, અને તે વ્યુત્ક્રમ છે, માટે ૨૭ મી પ્રતિસા પ્ર. આ (અબ) તથા આ (કડ) સીધી લીટીઓ અરસ્પરસ સ-માંતર છે એ સિદ્ધ.

પ્રતિજ્ઞા ૨૯ મી. પ્રમેય.

બે એક (ઈફ) સીધી લીટી (અબ તથા કડ) બે સમાંતર સીધી લીટીઓને છેદે, તો તેથી વ્યુત્ક્રમ ખૂણાઓ યરાળર થશે.

અને બહારનો ખૂણો (અહઈ)
એકજ તરફના માંહેનાની સા-
મેના (કમહ) ખૂણાની યરા-
ળર થશે; અને એક તરફના
બે માંહેના ખૂણા (બહમ) તથા
(હમડ)નો સરવાળો બે કાટ-
ખૂણા યરાળર થશે.



આ બે (અબ તથા કડ) સમાંતર લીટીઓ આપેલી છે, તેને આ (ઈફ) સીધી લીટી છેદે છે, તો આ (બહમ) તથા આ (કમહ) વ્યુત્ક્રમ ખૂણા યરાળર થશે. અને આ (અહઈ) ખૂણો તે આ (કમહ) ખૂણાની યરાળર થશે, અને આ (બહમ) તથા આ (હમડ) ખૂણાનો સરવાળો બે કાટખૂણાની યરાળર થશે.

સિદ્ધતા.

પહેલું ધારો કે આ (વહમ) તથા આ (કમહ) ખૂણા ખરાબ
 બર નથી, પણ આ (કમહ) ખૂણો મોટો છે. હવે આ (કમહ) ત-
 થા આ (હમડ) ખૂણાનો સરવાળો ૧૩ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર. બે કાટખૂ-
 ણાની ખરાબર. હવે આ (હમડ) ખૂણાની સાથે આ (કમહ) ખૂણા
 કરતાં આ (વહમ) નાનો ખૂણો મેળવીએ, તો તેનો સરવાળો બે
 કાટખૂણા કરતાં ઓછો; અને એ બે ખૂણાનો સરવાળો બે કાટખૂણા
 કરતાં ઓછો થયો, તો ૧૨મા પ્રત્યક્ષ ૦ પ્ર. આ (અવ) તથા આ (કડ)
 સમાંતર કહેવાય નહીં; પણ આપેલ છે સમાંતર, માટે આ (વહમ)
 ખૂણા કરતાં આ (કમહ) ખૂણો મોટો નથી, પણ ખરાબર છે.

• ખીજી રીતે આ (વહમ) તથા આ (કમહ) વ્યુત્ક્રમ ખૂણા
 ખરાબર ન હોય તો ૨૦ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર. આ (અવ) તથા આ (ક-
 ડ) સમાંતર લીટીઓ કહેવાય નહીં, પણ આપેલી છે સમાંતર. મા-
 ટે વ્યુત્ક્રમ ખૂણાઓ નાના મોટા નથી, પણ ખરાબર છે. ખીજું
 ધારો કે આ (અહર) ખૂણો આ (કમહ) ખૂણાની ખરાબર નથી.

હવે આ (અહર) ખૂણો તે આ (વહમ) ખૂણાની ખરાબર
 ૧૫ મી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે; અને આ (વહમ) ખૂણો તે આ (કમહ)
 ખૂણાની ખરાબર આ પ્રતિજ્ઞાના પહેલા ભાગ પ્રમાણે; તેથી ૧ લા
 પ્રત્યક્ષ ૦ પ્ર. આ (અહર) ખૂણો તે આ (કમહ) ખૂણાની ખરાબર.

ત્રીજું ધારો કે આ (વહમ) તથા આ (હમડ) ખૂણાનો સર-
 વાળો બે કાટખૂણા ખરાબર નથી.

હવે આ (કમહ) તથા આ (હમડ) ખૂણાનો સરવાળો ૧૩

મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર. જે કાટખૂણાની જરાજર, અને આ (કમહ) ખૂણો તે આ (વહમ) ખૂણાની જરાજર આ પ્રતિજ્ઞાના પહેલા ભાગ પ્ર-ગણે છે; માટે આ (હમડ) ખૂણાની સાથે આ (કમહ) ખૂણાને બદલે, તેની જરાજરનો આ (વહમ) ખૂણો મેળવીએ, તો તેનો સ-રવાળો પણ જે કાટખૂણાની જરાજર છે એ સિદ્ધ.

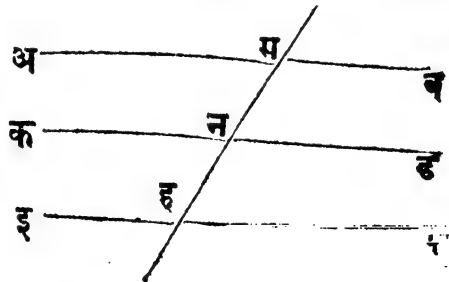
૧ આ પ્રતિજ્ઞા ૨૭ અને ૨૮ નો ઉલટ પક્ષ છે.

૨ આ પ્રતિજ્ઞામાં ત્રણ બાબતો સિદ્ધ કરવાની છે, માટે એ ત્રણે બાબતો સિદ્ધ કરીએ તોજ પૂરી પ્રતિજ્ઞા સિદ્ધ કરી કહેવાય.

પ્રતિજ્ઞા ૩૦ મી. પ્રમેય.

જે એક (અબ) સીધી લીટીની સાથે બીજી જે (કડ) તથા (ઈફ) સીધી લીટીઓ સમાંતર હોયતો, તેઓ (કડ તથા ઈફ) અરસપરસ સમાંતર થશે.

આ (અબ) સીધી લીટી સાથે આ (કડ) તથા આ (ઈફ) સમાંતર આપેલી છે, અને આ (કડ) તથા આ (ઈફ) સીધી લીટીઓને અ-રસપરસ સમાંતર કરવી છે. એ ત્રણે સીધી લીટી-ઓને આ (મહ) સીધી લીટી છેદે છે.



સિદ્ધતા.

આ (અબ) તથા આ (કડ) સમાંતર છે, તો ૨૬ મી પ્ર.

તિશા પ્રમાણે આ (વમન) તથા આ (કનમ) વ્યુત્ક્રમ ખૂણા જરાગર. તેમજ આ (અવ) તથા આ (ઈફ) સમાંતર સીધીલીટીઓ છે, તો ૨૬ મી પ્રતિશા પ્રમાણે આ (વમન) તથા આ (ઈહન) વ્યુત્ક્રમ ખૂણા જરાગર. હવે આ (કનમ) તથા આ (ઈહન) ખૂણા જરાગર, અને એ બે ખૂણા જરાગર છે, તો ૨૮ મી પ્રતિશા પ્ર. આ (કઈ) તથા આ (ઈફ) એ બે સીધી લીટીઓ અરસપરસ સમાંતર કરવાની હતી તે થઈ એ સિદ્ધ.

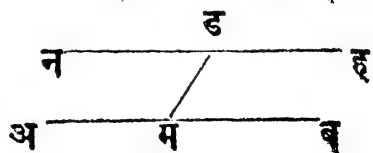
પ્રતિશા ૩૨ મી. કૃત્ય.

કોષ એક (અવ) સીધી લીટીની સમાંતર એક કહેલા (ઈ) જિંદુથી એક સીધી લીટી દોરવાનું.

આ એક (અવ) સીની લીટી આખી છે, તેને સમાંતર આ (ઈ) જિંદુથી એક સીધી લીટી દોરવી છે.

સાધન.

આ કહેલી (અવ) સીધી લીટીમાં આ (મ) જિંદુ લીધું. આ (મ) તથા આ આપેલા (ઈ) જિંદુને ૧ લા સ્વીકૃત ૦ પ્ર. સાંધ્યાં. આ (ઈ) જિંદુથી આ (મઈ) લીટીની સાથે આ (અમઈ) ખૂણાની જરાગર આ (મઈહ) ખૂણો ૨૩ મી પ્રતિશા પ્ર. કયો. આ (ઈઈ) લીટીને જીજ સ્વીકૃત. પ્ર. વધારી, તો આ (હન) સીધી લીટી તે દોરવાની સીધી લીટી થશે,



સિદ્ધતા.

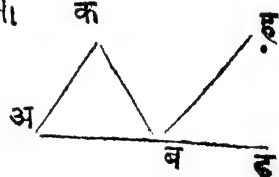
આ (નઈ) તથા આ (અવ) સીધી લીટીઓને આ (હમ)

સીધી લીટી છેડે છે, અને આ (અમઢ) ખૂણો તે આ (હઢમ) ખૂ-
ણાની યરાયર ૨૩ મી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે કરેલ છે. અને તે વ્યુત્ક્રમ
છે; માટે ૨૭ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર. આ (અવ) ને સમાંતર આ (હઢ)
છે, અને તે આપેક્ષા (ક) ખિંદુમાંથી દોરાય છે એ સિદ્ધ.

પ્રતિજ્ઞા ૩૨ મી. પ્રમેય.

કાર્ધ (અવક) ત્રિકોણની એક (અવ) બાજુને વધારીએ, તે
બહારનો (કવઢ) ખૂણો, તેની પાસેના માંહેનાની સામેના એ (અ
તથા ક) ખૂણાઓના સરવાળાની યરાયર થશે. વળી હરેક ત્રિકો-
ણના માંહેના ત્રણે ખૂણાનો સરવાળો એ કાટખૂણા યરાયર થશે.

આ ત્રિકોણનો આ (કવઢ) બહારનો
ખૂણો આ (અ) તથા આ (ક) ખૂણાના
સરવાળાની યરાયર થશે. અને આ (અ
તથા વ અને ક) ત્રણે ખૂણાનો સરવાળો
એ કાટખૂણાની યરાયર થશે.



સિદ્ધતા.

આ (અક) ને સમાંતર આ બહારના (વ) ખૂણાના શિરો-
ખિંદુથી આ (વહ) સીધી લીટી ૩૧ મી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે દોરી. હવે
આ (અક) તથા આ (વહ) સમાંતર લીટીઓને આ (કવ) સીધી
લીટી છેડે છે, તે ૨૬ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર. આ (અવક) તથા આ (ક
વહ) વ્યુત્ક્રમ ખૂણા યરાયર. અને આ (અક) તથા આ (વહ)
સમાંતર લીટીઓને આ (અવ) સીધી લીટી છેડે છે, તે ૨૬ મી.
પ્રતિજ્ઞા પ્ર. આ (હવઢ) બહારનો ખૂણો તે આ (કઅવ) ખૂણાની
યરાયર. તેથી આ (કવહ) તથા આ (હવઢ) ખૂણાઓના સરવા.

જાની ખરાબર આ (ક) તથા આ (અ) ખૂણાનો સરવાળો થયો. અને આ (કબઢ) તથા (હબડ) ખૂણાનો સરવાળો તે આ (કબઢ) બહારનો ખૂણો છે, માટે આ (કબઢ) બહારના ખૂણાની ખરાબર, આ (અ) તથા આ (ક) ખૂણાનો સરવાળો થયો એ સિદ્ધ.

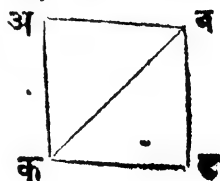
ખીજું—આ (અઢ) લીટી ઉપર આ (કબ) લીટી પડેછે, તે ૧૩ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર. આ (અવક) તથા આ (કબઢ) ખૂણાનો સરવાળો બે ઠાટખૂણાની ખરાબર. અને આ (કબઢ) ખૂણો તે આ (ક) તથા આ (અ) ખૂણાના સરવાળાની ખરાબર આ પ્રતિજ્ઞાના પરિણામ પ્રમાણે છે. તેથી આ (અવક) ખૂણાની સાથે આ (કબઢ) ખૂણો નહીં મેળવતાં તેની ખરાબરના આ (ક) તથા આ (અ) ખૂણા મેળવીએ, તો તેનો સરવાળો પણ બે ઠાટખૂણાની ખરાબર. એટલે આ (અ), આ (બ) અને આ (ક) ત્રણે ખૂણાનો સરવાળો બે ઠાટખૂણાની ખરાબર થયો એ સિદ્ધ.

પ્રતિજ્ઞા ૩૩ મી. પ્રમેય.

બે સમાન અને સમાંતર સીધી લીટીઓ (અવ) તથા (કઢ)-ના પાસપાસેના છેડાઓને સાંધનારી સીધી લીટીઓ (અક) તથા (બઢ) પોતે પણ સમાન અને સમાંતર થશે.

સિદ્ધતા.

આ (ક) તથા આ (બ) (ખંદુઓને ૧ લા રીધૃત ૦ પ્ર૦ સાંધ્યાં. હવે આ (અવક) ત્રિકોણની આ (અવ) બાજુ તે આ (કઢબ) ત્રિકોણની આ (કઢ) બાજુની ખરાબર આપેલ છે, અને આ (કબ) બાજુ બંનેમાં સામાન્ય છે. અને આ (અવ) તથા આ (કઢ) સમાંતર સીધી લીટીઓને આ

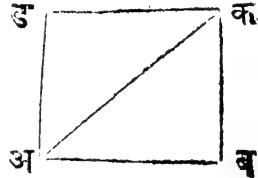


(કવ) સીધી લીટી છેદે છે, તો ૨૯ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર૦ આ (કવઅ) તથા આ (વકઙ) વ્યુત્ક્રમ ખૂણા બરાબર; તેથી ૪થી પ્રતિજ્ઞા પ્ર૦ આ (અક) તથા આ (વઙ) બાબુઓ બરાબર. એટલે સમાન કરવી હતી તે આ થઈ. અને આ (ઙવક) ખૂણા આ (અકવ) ખૂણાની પણ બરાબર.

હવે આ (અક) તથા આ (વઙ) સીધી લીટીઓને આ (કવ) સીધી લીટી છેદે છે, અને આ (ઙવક) તથા આ (અકવ) વ્યુત્ક્રમ ખૂણાઓ બરાબર છે, તો ૨૭ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર૦ આ (અક) તથા આ (વઙ) સમાંતર સીધી લીટીઓ છે તે પણ સિદ્ધ.

પ્રતિજ્ઞા ૩૪ મી. પ્રમેય.

કોઈ (ઙવ) સમાંતર બાબુ ઓખૂણની સાગ સામેની બાબુઓ (ઙક તથા અવ અને ઙઅ તથા કવ) ઙ બરાબર થશે, અને સાગસામેના ખૂણાઓ (ઙ તથા વ અને અ તથા ક) પણ બરાબર થશે. અને સમાંતરબાબુઓખૂણ તે તેના કણ (અક) થી દુબગાશે.



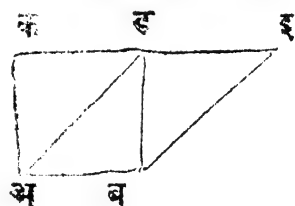
સિદ્ધતા.

આ (ઙક) તથા આ (અવ) સમાંતર લીટીઓને આ (અક) સીધી લીટી છેદે છે, તો ૨૯ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર૦ આ (અકઙ) તથા આ (કઅવ) વ્યુત્ક્રમ ખૂણાઓ બરાબર. અને આ (ઙઅ) તથા આ (કવ) સમાંતર લીટીઓને આ (અક) સીધી લીટી છેદે છે, તો ૨૯ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર૦ આ (ઙઅક) તથા આ (વકઅ) વ્યુત્ક્રમ ખૂણાઓ બરાબર.

હવે આ (અકહ) ત્રિકોણના આ (હઅક) તથા આ (અકહ) ખૂણાઓ અનુક્રમે આ (અવક) ત્રિકોણના આ (વકઅ) તથા આ (કઅવ) ખૂણાની ધરાધર કરી ગયા, અને આ (અક) બાજુ બંનેમાં સામાન્ય છે, તો રદગી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે આ (અકહ) ત્રિકોણ તે આ (અવક) ત્રિકોણની ધરાધર. એટલે કણું લીટીથી આપેલ સમાંતર બાજુ ચોખૂણું દુભગાયો. અને આ (હક) તથા આ (અવ) બાજુઓ અને આ (હઅ) તથા આ (કવ) બાજુઓ ધરાધર. એટલે સામસામેની બાજુઓ ધરાધર કરવાની હતી તે થઈ. તેમજ આ (હ) ખૂણો તે આ (વ) ખૂણાની ધરાધર હવે આ (હઅક) ખૂણો તે આ (વકઅ) ખૂણાની ધરાધર છે. તેમાં આ (કઅવ) તથા આ (અકહ) ધરાધર ખૂણાઓ મેળવ્યા, તો બીજા પ્રત્યક્ષ ૦ પ્ર૦ આ (હઅવ) ખૂણો તે આ (વકહ) ખૂણાની ધરાધર. એટલે સામસામેના ખૂણા પણ ધરાધર થયા.

પ્રતિજ્ઞા ૩૫ મી. પ્રમેય.

એક (અવ) પાયા ઉપરના અને એક (કાઈ) સમાંતર લીટી વચ્ચેના આ (વક તથા અઈ) સંઘળા સમાંતર બાજુ ચોખૂણો ધરાધર થશે.

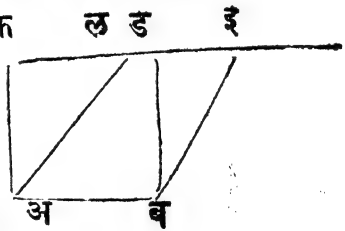


સિદ્ધતા.

આ (અક) તથા આ (વહ) સમાંતર લીટીઓને આ (હક)

સાધી લીટી છેદે, તો ૨૬ મી પ્રતિષ્ઠા પ્રમાણે આ (કંકઅ) ખૂણો આ (ઈડબ) ખૂણાની બરાબર. અને આ (અડ) તથા આ (વૈડ) સમાંતર લીટીઓને આ (કંક) સીધી લીટી છેદે, તો ૨૬ મી પ્રતિષ્ઠા પ્રમાણે આ (અડક) ખૂણો તે આ (વૈડ) ખૂણાની બરાબર. હવે આ (અડક) ત્રિકોણના આ (કંકઅ) તથા આ (અડક) ખૂણાઓ અનુક્રમે આ (વૈડ) ત્રિકોણના આ (ઈડબ) તથા આ (વૈડ) ખૂણાની બરાબર કરી ગયા, અને આ (અક) બાજુ તે આ (વૈડ) બાજુની બરાબર ૩૪ મી પ્રતિષ્ઠા પ્રમાણે; તેથી ૨૬ મી પ્રતિષ્ઠા પ્રમાણે આ (અડક) તથા આ (વૈડ) ત્રિકોણો સરખા. એ બંને ત્રિકોણોમાં આ (અવડ) ત્રિકોણ મેળવ્યો, તો બીજા પ્રત્યક્ષ ૦ પ્રમાણે આ (વક) તથા આ (અઈ) સમાંતરબાજુઓખૂણો સરખા એ સિદ્ધ.

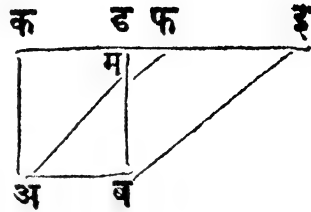
૨ ધારો કે આ (અડ) સમાંતરબાજુઓખૂણાની આ (કંક) બાજુઓ આ (અઈ) સમાંતરબાજુઓખૂણાની ક



એક બાજુ ઘડે. આવી રીતે સમાંતરબાજુઓખૂણું કરેલાં હોય તો ૧ લી આકૃતિ પ્રમાણે ૨૬ મી પ્રતિષ્ઠા લાગુ કરીને પડખાના બંને ત્રિકોણ સરખા કરી, બંનેમાં વચ્ચેનો ભાગ મેળવવો. એટલે બંને સમાંતરબાજુઓખૂણું સરખા થશે.

૩ ધારો કે આ (અ ડ) સમાંતરબાજુઓખૂણાની આ (કંક) મધાળાની બાજુને આ (અઈ) સમાંતરબાજુ યોખૂણાની કોઈ બાજુ ઘડકતી નથી, તો પહેલી રીત પ્રમાણે આ (અક)

તથા આ (વર્ડ) ત્રિકોણો ૨૬ મી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે સરખા કરવા, પછી તેમાંથી આ (મફડ) ત્રિકોણ બાદ કરવાથી અને આ (અવમ) ત્રિકોણ ઉમેરવાથી બંને સમાંતરળાંબુઓ ખૂણ સરખા થશે.



૧ એકજ પાયા ઉપર અને એકજ સમાંતર લીટી વચ્ચે ને-ટલા સમાંતરળાંબુઓ ખૂણ કરવા હોય, તેટલા થઈ શકે છે અને તેઓ સઘળા બરાબરજ હોય છે.

૨ એકજ પાયા ઉપર અને એકજ સમાંતર લીટી વચ્ચેના બે સમાંતરળાંબુઓ ખૂણ ત્રણ રીતે કાઢી શકાય છે. ૧ એક સમાંતરળાંબુઓ ખૂણની એક બાજુ બીજા સમાંતરળાંબુઓ ખૂણનો કર્ણ થાય. ૨ એક સમાંતરળાંબુઓ ખૂણની પાયા સામેની બાજુને, બીજા સમાંતરળાંબુઓ ખૂણની એક બાજુ ગણતા હોય. ૩ એક સમાંતર-બાજુઓ ખૂણના પાયા સામેની બાજુને, બીજા સમાંતરળાંબુઓ ખૂણની કોઈપણ બાજુ બાજુની ન હોય.

૩ આ પ્રતિજ્ઞા ૪ થી, ૮ મી, અને ૨૬ મી પ્રતિજ્ઞા માંહેની હરકોઈનો ઉપયોગ કરવાથી થઈ શકે છે, પણ ૨૬ મી પ્રમાણે કરવું તે વધારે સહેલું છે.

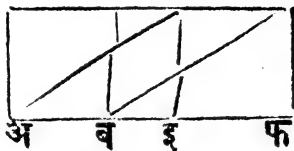
૪ સમાંતરળાંબુઓ ખૂણો બરાબર થશે, એટલે ક્ષેત્રફળ બરાબર થશે, પણ ખૂણ કે બાજુઓ સરખાં થશે તેમ સમજવું નહિ.

૫ પાયાને સમાંતર એકજ લીટી એટલે એક સમાંતર-બાજુઓ ખૂણમાં પાયાને સમાંતર ને સીધી લીટી બાંધી હોય, તેજ સીધી લીટી બીજા સમાંતરળાંબુઓ ખૂણમાં પાયાને સમાંતર હોવી જોઈશે. તેનાથી ઉંચી કે નીચી હોવી ન જોઈશે.

પ્રતિજ્ઞા ૩૬ મી. પ્રમેય.

બરાબર (અવ તથા ફફ) પાયા ઉપરના અને એકજ (કન) સમાંતર લીટી વચ્ચેના (અડ તથા ઇન) સમાંતર આળુચોખૂણો બરાબર થશે.

આ (અ) તથા આ (મ) બિંદુઓને અને આ (વ) તથા આ (ન) બિંદુઓને પેદે-
 ક ડ મ ન
 લા સ્વીકૃત. પ્ર૦ માં-
 ધ્યાં. હવે આ (અવ)
 તથા આ (ફફ) ઉપ-
 ન્યાસ પ્રમાણે બરાબર.



અને આ (ફફ) ને આ (મન) તે ૩૪ મી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે બરાબર. એટલે આ (ફફ) ની બરાબર આ (અવ) તથા આ (મન) થઈ તેથી ૧ લા પ્રત્યક્ષ પ્ર. તે બન્ને બરાબર એ સમાંતર આપેલી છે, માટે ૩૩ મી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે આ (અમ) તથા આ (વન) સમાંતર, તેથી આ (વમ) સમાંતર આળુચોખૂણુ છે.

સિદ્ધતા.

હવે આ (અવ) પાયા ઉપર અને આ (કન) એકજ સમાંતર લીટી વચ્ચેના આ (અડ) તથા આ (અન) સમાંતર આળુ ચોખૂણો ૩૫ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર૦ બરાબર અને આ (મન) પાયા ઉપરના અને આ (અફ) એકજ સમાંતર લીટી વચ્ચેના આ (અન) તથા આ (ઇન) સમાંતર આળુચોખૂણો ૩૫મી પ્રતિજ્ઞા.પ્ર. બરાબર. એટલે આ (અન) સમાંતર આળુચોખૂણુની બરાબર આ (અડ) તથા આ (ઇન) સમાંતર આળુચોખૂણો થયા. તેથી ૧ લા પ્રત્યક્ષ. પ્ર. આ (અડ) સમાંતર આળુચોખૂણુને આ (ઇન) ની બરાબર કરવાનો હતો તે આ થયો એ સિદ્ધ.

૧ આ પ્રતિજ્ઞામાં બરાબર પાયા આપેલા છે, તે એકજ સીધી

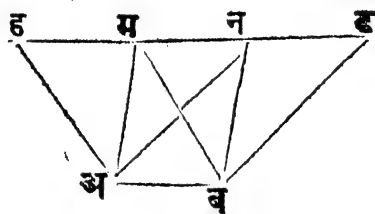
લીટીમાં આપેલા છે એવું ધારેલું છે; જો એમ ન હોય તો સિદ્ધ થાય નહીં.

૨ આ પ્રતિજ્ઞા સિદ્ધ કરવામાં એક સમાંતરળાઘુચોખ્ખૂના પાયાના છેડા જિંદુઓને બીજા સમાંતરળાઘુચોખ્ખૂના પાયા સામેની ળાઘુના છેડા જિંદુઓ સાથે અનુક્રમે સાંધવાં.

પ્રતિજ્ઞા ૩૭ મી. પ્રમેય.

એકજ (અવ) પાયા ઉપરના અને એકજ સમાંતર લીટી વ-

ચોના (આ
અવમ તથા
અવન) સ-
ધણા ત્રિકોણો
બરાબર થશે.



સિદ્ધતા.

આ (અવ) ને સમાંતર આ (અ) જિંદુથી ૩૧ મી પ્રતિજ્ઞા. પ્ર. આ (અહ) સીધી લીટી દોરી. અને આ (અન) ળાઘુ-ને સમાંતર આ (અવ) જિંદુથી ૩૧ મી પ્રતિજ્ઞા. પ્ર. આ (અડ) સીધી લીટી દોરી.

હવે આ (અવ) પાયાને સમાંતર આ (અડ) સીધી લીટી આપેલી છે, અને આ (અમ) ને સમાંતર આ (અહ) અને આ (અન) ને સમાંતર આ (અવ) સીધી લીટી ૩૨ મી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે દોરી છે, માટે એ બંને સમાંતરળાઘુચોખ્ખૂઓ થયા.

હવે આ (અવ) એકજ પાયા ઉપર અને આ (અડ) એકજ

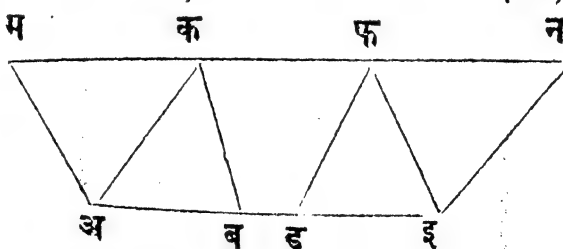
સમાંતર લીટી વચ્ચેના આ (વહ) તથા આ (અહ) સમાંતર આં
 ણુચોખૂણો છે, ગાટે તે ૩૫ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર. જરાળર. હવે આ
 (વહ) સમાંતરઆંણુચોખૂણુ આ (અમ) કર્ણુ લીટીથી ૩૪ મી
 પ્રતિજ્ઞા. પ્ર. દુભગાય છે, ગાટે આ (અવમ) ત્રિકોણુ આ (વહ)
 સમાંતરઆંણુચોખૂણુનો અર્ધ છે. તેમજ આ (અહ) સમાંતર-
 આંણુચોખૂણુ આ (વન) કર્ણુથી ૩૪ મી પ્રતિજ્ઞા. પ્ર. દુભગાય છે,
 ગાટે આ આપેલ (અવન) ત્રિકોણુ તેનું અર્ધ છે. હવે આ (વહ)
 તથા આ (અહ) જરાળર સમાંતરઆંણુચોખૂણુના આ (અવમ)
 તથા આ (અવન) અર્ધા તે ૭ મા પ્રત્યક્ષ ૦ પ્ર૦ જરાળર, એટલે
 આ (અવમ) તથા (અવન) ત્રિકોણુ જરાળર કરવાના હતા તે
 યથા એ સિદ્ધ.



પ્રતિજ્ઞા ૩૮ મી. પ્રમેય.

જરાળર (અવ તથા હઈ) પાયા ઉપરના અને એકજ (મન)

સમાંતર લીટી
 વચ્ચેના આ
 (અવક તથા
 હઈફ) સધળા
 ત્રિકોણુ જરા-
 ળર થશે.



સિદ્ધતા.

આ (વક) ને સમાંતર આ (અ) બિંદુથી ૩૧ મી પ્રતિજ્ઞા
 પ્ર૦ આ (અમ) સીધી લીટી દોરી, અને આ (હફ) ને સમાંતર

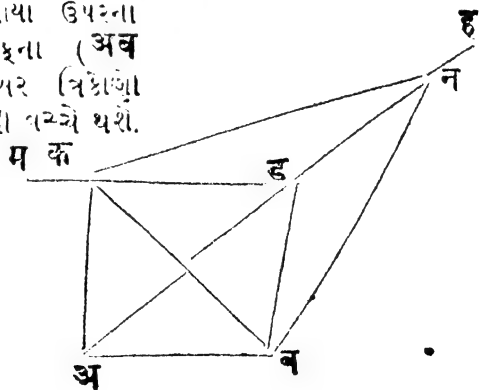
આ (ઈ) બિંદુથી ૩૧ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર૦ આ (ઈન) સીધી લીટી દોરી.

હવે આ (અવ) તથા આ (હઈ) પાયાઓને સમાંતર આ (મન) લીટી આપેલી છે, અને આ (વક) તથા આ (હફ) ને સમાંતર અનુક્રમે આ (અમ) તથા આ (હન) ૩૧ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર૦ દોરી છે, માટે તે બંને સમાંતરચાતુષ્યોષ્ટીઓ છે.

હવે આ (અવ) અને આ (હઈ) બરાબર પાયા ઉપર અને આ (મન) એકજ સમાંતર લીટી વચ્ચેના એ બે સમાંતરચાતુષ્યોષ્ટીઓ છે, માટે ૩૬ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર૦ બરાબર. અને એ બંને ચોખ્ખા અનુક્રમે આ (અક) અને આ (ઈફ) કુલ્લથી ૩૪ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર૦ દુભગાય છે, માટે આ (વમ) અને આ (હન) બરાબર સમાંતર ચાતુષ્યોષ્ટીઓના અનુક્રમે આ (અવક) અને આ (હઈફ) એ આદ્યા ૭ મા પ્રત્યક્ષ૦ પ્ર૦ બરાબર એ સિદ્ધ.

પ્રતિજ્ઞા ૩૯ મી. પ્રમેય.

એકજ (અવ) પાયા ઉપરના અને તેની એકજ તરફના (અવક તથા અવહ) બરાબર ત્રિકોણો એકજ સમાંતર લીટીની વચ્ચે થશે.



સિદ્ધતા.

આ (ક) તથા આ (ક) બિંદુઓને ૧ લા સ્વીકૃત ૦ પ્ર ૦ સાંધ્યાં તો આ (ક) સીધી લીટી આ (અ) પાયાને સમાંતર થશે.

ધારો કે આ (અ) પાયાને સમાંતર આ (ક) સીધી લીટી નથી, પણ આ (ક) છે. તો આ (અ) બાજુને બીજા સ્વીકૃત ૦ પ્ર ૦ આ (ક) ને મળતાં સુધી વધારી, અને આ (અ) તથા આ (ન) બિંદુઓને પહેલા સ્વીકૃત ૦ પ્ર ૦ સાંધ્યાં.

હવે આ (અ) એકજ પાયા ઉપર અને આ દોરેલી (ક) એકજ સમાંતર લીટી વચ્ચેના આ (અ) તથા આ (અ) ત્રિકોણો ૩૭ મી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે બરાબર. અને આ (અ) ત્રિકોણ આ (અ) ત્રિકોણની બરાબર ઉપન્યાસ પ્રમાણે છે. તેથી ૧ લા પ્રત્યક્ષ ૦ પ્રમાણે આ (અ) તથા આ (અ) ત્રિકોણો બરાબર. હવે આ (અ) ત્રિકોણ આ (અ) ત્રિકોણનો ભાગ છે અને તેની બરાબર થાય એ ૬ મા પ્રત્યક્ષ પ્રમાણથી ઉલટું. માટે આ (અ) ને સમાંતર આ (ક) નથી. તેમજ બીજા કોઈપણ નહીં થાય, માટે આ (અ) ને સમાંતર આ (ક) છે એ સિદ્ધ.



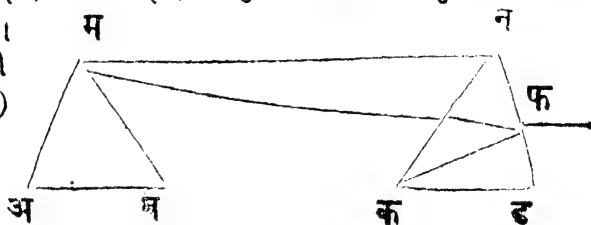
૧ દોરવાની સમાંતર લીટી ત્રિકોણના શિરોબિંદુઓને સાંધનારી લીટીની અંદર પાડીએ, તોપણ ૬ મા પ્રત્યક્ષ પ્રમાણથી ઉલટું થશે. માટે તે પણ સમાંતર નહીં થાય. આ પ્રતિજ્ઞા ૩૭ મી પ્રતિજ્ઞાનો બીજા પક્ષ છે.



પ્રતિજ્ઞા ૪૦ મી. પ્રમેય.

બરાબર પાયા (અવ તથા કંઢ) ઉપરના અને તેની એકબીજા તરફના આ (અવમ તથા કંઢન) બરાબર ત્રિકોણો એકબીજા સમાંતર સીટી વચ્ચે થશે.

આ (મ) તથા આ(ન) બિંદુઓને પહેલા સ્વીકૃત ૦ પ્રમાણે સાંધ્યાં, તે આ (મન) સીટી આ (અવ) તથા (કંઢ) પાયાઓને સમાંતર થશે.



સિદ્ધતા.

ધારો કે આ (મન) સમાંતર નથી, પણ આ (મફ) સમાંતર છે. હવે આ (ક) તથા આ (ફ) બિંદુઓને ૧ લા સ્વીકૃત ૦ પ્રમાણે સાંધ્યાં, તે આ (અવ) તથા આ (કંઢ) બરાબર પાયા ઉપરના અને આ દોરેલી (મફ) એકબીજા સમાંતર સીટી વચ્ચેના આ (અવમ) તથા આ (કંઢફ) ત્રિકોણો ૩૮ ગી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે બરાબર.

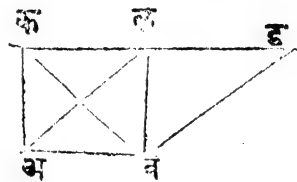
હવે આ (અવમ) ત્રિકોણ આ (કંઢન) ત્રિકોણની બરાબર ઉપન્યાસ પ્રમાણે છે, તેથી પહેલા પ્રત્યક્ષ ૦ પ્રમાણે આ (કંઢફ) તથા આ (કંઢન) ત્રિકોણો બરાબર. હવે આ (કંઢફ) ત્રિકોણ આ (કંઢન) ત્રિકોણનો ભાગ છે અને તેની બરાબર થાય એ ૯ ગા પ્રત્યક્ષ પ્રમાણથી હકલુટું; માટે આ (અવ) તથા (કંઢ) બરાબર

પાયાઓને સમાંતર આ (મક) નથી, તેવી રીતે બીજી કોઈપણ નહીં થાય, માટે આ (મન) સમાંતર છે એ સિદ્ધ.

આ પ્રતિજ્ઞા ૩૮ મી પ્રતિજ્ઞાનો ઉલટ પક્ષ છે.

પ્રતિજ્ઞા ૪૧ મી. પ્રમેય.

એકજ (અવ) પાયા ઉપરના અને એકજ (કડ) સમાંતર સીટી વચ્ચેના એક (અવક) ત્રિકોણ કરતાં એક (અડ) સમાંતર બાજુ એખૂણુ બગણા થશે.



સિદ્ધતા.

આ (વ) તથા આ (લ) બિંદુઓને ૧ લા સ્વીકૃત. પ્ર. સાંધ્યાં, હવે આ (અવ) એકજ પાયા ઉપરના અને આ (કલ) એકજ સમાંતર સીટી વચ્ચેના આ (અવક) તથા આ (અવલ) ત્રિકોણો ૩૭ મી પ્રતિજ્ઞા. પ્ર. બરાબર અને આ (અડ) સમાંતરબાજુ એખૂણુ આ (વલ) કહ્યુંથી ૩૪ મી પ્રતિજ્ઞા. પ્ર. દુબગાય છે, માટે આ (અવલ) ત્રિકોણ કરતાં આ (અડ) સમાંતરબાજુ એખૂણુ બગણો અને આ (અવલ) ત્રિકોણ તે આ આપેલા (અવક) ત્રિકોણની બરાબર છે, તેથી આ (અવક) આપેલા ત્રિકોણ કરતાં પણ આ (અડ) સમાંતરબાજુ એખૂણુ બગણો. એટલે ત્રિકોણ કરતાં સમાંતરબાજુ એખૂણુ બગણો કરવાનો હતો તે થયો એ સિદ્ધ.

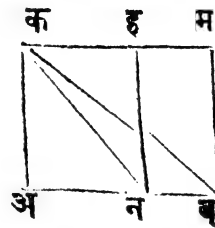
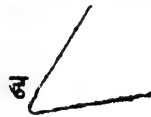
(૭૮)

પ્રતિજ્ઞા ૪૨ મી. કુત્ય.

એક કહેલા (અવક) ત્રિકોણની બરાબર અને જેનો ખૂણો

એક કહેલા (ક)

ખૂણાની બરાબર થાય, એનો એક સમાંતર બાજુ એ-ખૂણું કરવાનું.



સાધન.

આ (અવ) ને સમાંતર આ (ક) જિંદુથી ૭૧ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર. આ (કમ) સીધી લીટી દોરી, આ (અવ) પાયાને ૧૦ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર. આ (ન) જિંદુ પાસે દુબાગ્યો. આ (ન) તથા આ (ક) જિંદુ-એને ૧ લા સ્વીકૃત. પ્ર. સાંધ્યાં, અને આ (ન) જિંદુથી આ (નવ) સીધી લીટીની સાથે આ (ક) ખૂણાની બરાબર ખૂણો ૨૩ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર. કર્યો. ખૂણો કરનારી બાજુને આ (કમ) ને મળતાં સુધી ધીજ સ્વીકૃત. પ્ર. વધારી, અને આ (નહ) ને સમાંતર આ (વ) જિંદુથી આ (વમ) સીધી લીટી ૩૧ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર. દોરી, તે કરવાનો સમાંતર બાજુ એખૂણું તે આ (નમ) થશે.

સિદ્ધતા.

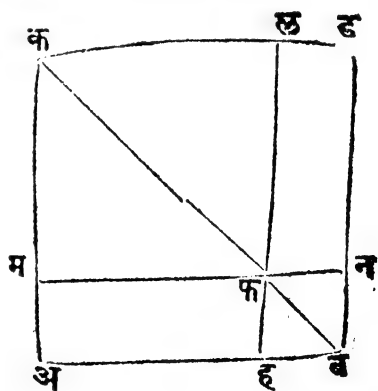
આ (અન) તથા આ (વન) બરાબર પાયા ઉપરના તથા (કહ) એકજ સમાંતર લીટી વચ્ચેના આ (અનક) તથા આ (નવક)

(૬૯)

ત્રિકોણો ૩૮ ગી પ્રતિમા પ્ર૦ જરાજર, તેની આ (નવક) ત્રિકોણ કરતાં, તેની સાથે તેની જરાજરનો આ (અનક) ત્રિકોણ મેળવ્યો, તે આ (અવક) ત્રિકોણ થયો તે જમણો છે. હવે આ (નવ) એ-કજ પાયા ઉપરના અને આ (કન) એકજ સમાંતર લીટી વચ્ચેના આ (નવક) ત્રિકોણ કરતાં આ (નમ) સમાંતરજાણુચોખ્ખુ ૪૧ ગી પ્રતિમા પ્ર૦ જમણો. અને આ (નવક) કરતાં આ (અવક) ત્રિકોણ જમણો કરી ગયા છીયે. માટે ૬૪ પ્રત્યક્ષ૦પ્ર૦ આ (અવક) ત્રિકોણની જરાજર આ (નમ) સમાંતરજાણુચોખ્ખુ થયો. અને તેનો આ (કનવ) ખૂણો તે આ કાંલો (હ) ખૂણાની જરાજર કરેલ છે, માટે કરવાનો સમાંતરજાણુચોખ્ખુ તે આ (નમ) થયો એ સિદ્ધ.

પ્રતિજ્ઞા ૪૩ મી. પ્રમેય.

એક (અહ) સમાંતરજાણુચોખ્ખુમાં (વક) કાંડની આ-સપાસના (હન તથા મલ) સમાં-તર જાણુ ચોખ્ખુની પૂરવણીઆ (ફહ તથા અફ) જરાજર થશે.



આ (વક) કાંડમાં આ (ફ) બિંદુ લીધું. ત્યાંથી ૩૧ ગી

પ્રતિજ્ઞા પ્ર૦ આ (બક) અથવા આ (વડ) ને સમાંતર આ (ફલ) લીટી દોરી. અને તેને આ (અવ) ને મળતાં સુધી બીજા સ્વીકૃત૦ પ્ર૦ વધારી. તેમજ આ (ફ) ગિંદુથી ૩૧ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર૦ આ (અવ) અથવા આ (કડ) ને સમાંતર આ (ફમ) સીધી લીટી દોરી તેને બીજા સ્વીકૃત૦ પ્ર૦ આ (વડ) ને મળતાં સુધી વધારી.


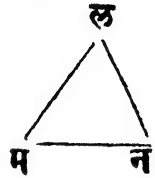
સિદ્ધતા.

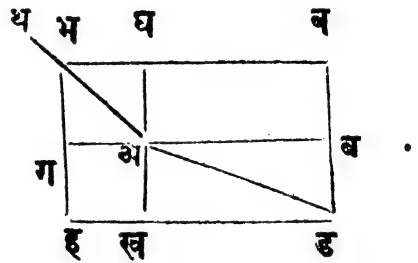
હવે આ (મલ) સમાંતરબાજુઓખૂણ આકૃતિરચના પ્રમાણે છે. તેને આ (ફક) કર્ણ ૩૪ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર૦ દુભાગે છે, માટે આ- (મફક) તથા આ (ફલક) ત્રિકોણો બરાબર. તેમજ આ (હન) આ-કૃતિ રચના પ્ર. સમાંતરબાજુઓખૂણ છે. તેને આ (વફ) કર્ણ ૩૪ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર૦ દુભાગે છે, માટે આ (હવફ) તથા આ (વનફ) ત્રિકોણો બરાબર. એટલે આ (મફક) તથા આ (ફલક) બરાબર ત્રિકોણોમાં અનુક્રમે આ (હવફ) તથા આ (વનફ) બરાબર ત્રિકોણો મેળવ્યા, તે બીજા પ્રત્યક્ષ પ્ર૦ આ (મફક) તથા આ (હવફ) ત્રિકોણોનો સરવાળો આ (ફલક) તથા આ (વનફ) ત્રિકોણોના સરવાળાની બરાબર.

હવે આ (અડ) સમાંતરબાજુઓખૂણને આ (વક) કર્ણ ૩૪ મી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે દુભાગે છે. તેથી આ (અવક) તથા આ (વડક) ત્રિકોણો સરખા છે. એ બંને બરાબર પરિમિતોમાંથી અનુક્રમે આ (મફક તથા હવફ) સરવાળો અને આ (ફલક તથા વનફ) સરવાળો જે બરાબર કરી ગયા છીએ, તે બાદ કરી. એ તો ૩ જા પ્રત્યક્ષ. પ્રમાણે આ (અફ) પૂરવણી તે આ (ફડ)

પૂરવણીની બરાબર રહી એ સિદ્ધ.

પ્રતિજ્ઞા ૪૪ મી. કૃત્ય.

એક કહેલી (અવ) સીધી લીટી ઉપર એક કહેલા (મનલ)
ત્રિકોણની બરાબર અને જેનો
એક ખૂણો એક કહેલા (હ)  
ખૂણાની બરાબર થાય, એવા
એક સમાંતરબાજુઓખૂણુ લ-
ગાડવાનું.



સાધન.

આ આપેલી (અવ) સીધી લીટીની સાથે જેની એક બાજુ
સીધી લીટીમાં આવે એવી રીતે આ (મનલ) ત્રિકોણની બરાબર
અને જેનો એક ખૂણો આ (હ) ખૂણાની બરાબર થાય, એવા
આ (અહ) સમાંતરબાજુઓખૂણુ ૪૨ મી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે કર્યો.

હવે આ (હજ)ને બીજા સ્વીકૃત. પ્રમાણે આ (હ) બિંદુ સુધી
વધારી, અને આ (હગ અથવા જઅ)ને સમાંતર આ આપેલી લીટી-
ના આ (વ) બિંદુથી ૩૧મી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે આ (વહ) સીધી લીટી
દોરી, અને આ (હ) તથા આ (અ) બિંદુઓને ૧૬મી સ્વીકૃત. પ્ર.
સાધ્યાં. અને આ સાધનારી (હઅ) લીટીને બીજા સ્વીકૃત. પ્ર. આ

(ય) બિંદુ સુધી વધારી, અને આ (હગ) બાજુને બીજા સ્વીકૃત. પ્રમાણે ગણતાં સુધી વધારી. તો આ (ડથ) ને મળશે, કાર કે આ (હગ) તથા આ (ડ વ) સમાંતર લીટીઓ છે તો ૨૯ મી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે આ (હ તથા ડ) ખૂણાનો સરવાળો બે કાટખૂણાની બરાબર અને આ (હ) તથા (સ્વડ અ) ખૂણાનો સરવાળો બે કાટખૂણા કરતાં ઓછો તેથી ૧૨ મા પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ પ્રમાણે મળી જશે. આ (ગ વ) અથવા આ (હડ) ને સમાંતર આ (મ) બિંદુથી ૩૧ મી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે આ (મવ) સીધી લીટી દોરી. આ (સ્વઅ) તથા (હવ) સીધી લીટીઓને આ (મવ) ને ગણતાં સુધી બીજા સ્વીકૃત. ૫૦ વધારી તો, કરવાનો સમાંતરબાજુઓખૂણુ તે આ (અવ) થશે.

સિદ્ધતા.

• આ (હડ) ને સમાંતર આ (મવ) ૩૧ મી પ્રતિજ્ઞા ૫૦ દોરી છે. અને આ (હગ) ની સમાંતર આ (ડવ) બાજુ ૫૫ મી પ્રતિજ્ઞા ૫૦ દોરી છે, માટે એ સમાંતરબાજુઓખૂણુ છે, તેથી ૪૩ મી પ્રતિજ્ઞા ૫૦ આ (ડમ) કણું લીટીની આસપાસની આ (અહ) તથા આ (અવ) પૂરવણીઓ બરાબર છે. અને આ (સ્વઅગ) ખૂણો તે આ (ઘઅવ) ખૂણાની બરાબર ૧૫ મી પ્રતિજ્ઞા ૫૦ છે. હવે આ (અહ) સમાંતરબાજુઓખૂણુ તે આ આપેલા (મનલ) ત્રિકોણની બરાબર કરેલ છે; અને તેનો આ (સ્વઅગ) ખૂણો તે આપેલા (હ) ખૂણાની બરાબર રાખેલ છે. અને આ (અહ) સમાંતરબાજુઓખૂણુ તે આ (અવ) ની બરાબર થયો છે, માટે ૧ લા પ્રત્યક્ષ. ૫૦ આ (અવ) સમાંતરબાજુઓખૂણુ તે આ આપેલા (મનલ) ત્રિકોણની બરાબર. અને તેનો આ (ઘઅવ) ખૂણો તે આપેલા (હ) ખૂણાની બરાબર થયો. અને તે

આ આપેલી (અવ) લીટીને લગાડેલો છે એ સિદ્ધ.

૧ આ પ્રતિજ્ઞા ૪૨ મી પ્રતિજ્ઞાને મળતી છે. ફેર માત્ર એટલો જ છે, કે ૪૨ મી પ્રતિજ્ઞામાં સમાંતરબાજુઓ ખૂણ કરવાનો છે. અને આમાં એક આપેલી લીટી સાથે સમાંતરબાજુઓ ખૂણ લગાડેલો છે.

૨ કહેલી લીટીના એક છેડા જિંદુથી, સમાંતરબાજુઓ ખૂણ કરવા તે એવી રીતે કે તેની એક બાજુ આપેલી લીટીની સાથે સીધી લીટીમાં આવે, અને કહેલો ખૂણો તે લીટીના છેડા જિંદુ પાસે આવે.

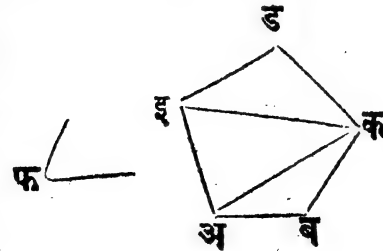
૩ સમાંતરબાજુઓ ખૂણની બાજુઓને સમાંતર થાય, એવી આપેલી લીટીના બીજા છેડા જિંદુથી એક લીટી દોરવી, અને તેની સાથે સમાંતરબાજુઓ ખૂણની બાજુને વધારીને અડાડવા.

૪ કરેલા સમાંતરબાજુઓ ખૂણનો જે ખૂણો આપેલા ખૂણાની બરાબર રાખેલો હોય, તેને તેની સામેના ખૂણા સાથે સાંધવો. પછી એ કર્ણને આપેલી લીટીના છેડા જિંદુમાં યઈને જાય એમ વધારવો. પછી બીજી આકૃતિ રચના કરવામાં ભૂલ નહિ થાય.

પ્રતિજ્ઞા ૪૫ મી કૃત્ય.

કોઈ પણ (અવકાશ) સીધી લીટી આકૃતિની બરાબર અને

જેનો એક ખૂણો કહેલા (ફ) ખૂણાની બરાબર થાય, એવો એક સમાંતરબાજુઓ ખૂણ કરવાનું.



પ	મ
મ	લ
ગ	સ
ચ	ષ

સાધન.

આ (અ) તથા આ (ક) જિંદુઓને તેગજ આ (ઈ) તથા આ (ક) જિંદુઓને પહેલા સ્વીકૃત. પ્ર. સાંધ્યાં, હવે આ (અવક) ત્રિકોણની યરાળર અને તેનો એક ખૂણો આ (ફ) ખૂણાની યરાળર થાય એવો આ (મ ન) સમાંતરખાણુચોખૂણુ ૪૨ મી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે કર્યો. અને આ (મલ) ખાણુ ઉપર આ (અકઈ) ત્રિકોણની યરાળર અને આ (ફ) ખૂણાની યરાળર ખૂણો થાય એવો આ (ગલ) સમાંતરખાણુચોખૂણુ ૪૪ મી પ્રતિજ્ઞા. પ્ર. લગાડ્યો. તેવીજ રીતે આ (ગલ) ખાણુ ઉપર (ઈકઈ) ત્રિકોણની યરાળર આ (ચલ) સમાંતરખાણુચોખૂણુ ૪૪ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર. લગાડ્યો, તે કરવાનો સમાંતરખાણુચોખૂણુ તે આ (ચન) થશે. અને તેનો આ (પ) ખૂણો તે આ આપેલા (ફ) ખૂણાની યરાળર થશે.

સિદ્ધતા.

હવે આ (પન) ને સમાંતર આ (મલ) અને આ (મલ) ને સમાંતર આ (ગલ) અને આ (ગલ) ને સમાંતર આ (ચવ) આકૃતિ રચના પ્રમાણે છે, માટે ૩૦ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર. આ (પન) તથા આ (ચવ) એ ચરસ્પરસ સમાંતર છે.

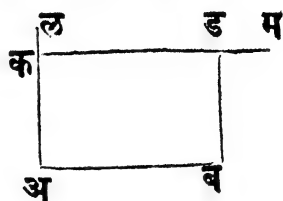
હવે આ (પન) તથા આ (મલ) સમાંતર લીટીઓને આ (પમ) સીધી લીટી છેદે છે, તે ૨૬ મી પ્રતિજ્ઞા. પ્ર. આ (નપમ) તથા આ (પમલ) ખૂણાઓનો સરવાળો બે કાટખૂણાની યરાળર. હવે આ (નપમ) ખૂણો તે આ (લમગ) ખૂણાની યરાળર આકૃતિ

રચના પ્રમાણે છે. માટે આ (પમલ) તથા આ (લમગ) ખૂણા-
નો સરવાળો પણ બે કાટખૂણાની બરાબર. હવે આ (મલ) સીધી
લીટીને આ (ગમ) તથા આ (પમ) સીધી લીટીઓ મળે છે. અ-
ને આ ખૂણાઓનો સરવાળો બે કાટખૂણાની બરાબર છે, તે ૧૪
મી પ્રતિમા પ્ર. આ (પગ) સીધી લીટી છે તેજ પ્રમાણે (પચ)
આખી સીધી લીટી છે.

હવે આ (નપમ) ખૂણો તે આ (મલન) ખૂણાની બરાબર ૩૪
મી પ્રતિમા પ્ર. છે, અને (નમ) ખૂણો આકૃતિ રચના પ્રમાણે
(લમગ) ખૂણાની પણ બરાબર છે, તે ૧ લા પ્રત્યક્ષ. પ્ર. આ
(મલન) તે આ (લમગ) ખૂણાની બરાબર. હવે આ (મગ) તથા
આ (લલ) સમાંતર લીટીઓને આ (મલ) સમાંતર લીટી છેદે છે,
તે ૨૬ મી પ્રતિમા પ્ર૦ આ (લમગ) તથા આ (લલમ) ખૂણાનો
સરવાળો બે કાટખૂણાના સરવાળાની બરાબર અને આ (લમગ) ખૂ-
ણો એ આ (મલન) ખૂણાની બરાબર કરી ગયા. માટે આ (મલન)
તથા આ (લલમ) ખૂણાઓનો સરવાળો પણ બે કાટખૂણાની બરાબર.
અને જ્યારે તેઓનો સરવાળો બે કાટખૂણાની બરાબર છે, ત્યારે ૧૪
મી પ્રતિમા પ્ર૦ આ (નલ) અખંડ લીટી છે. તેજ પ્રમાણે આ (નવ)
પણ અખંડ સીધી લીટી છે અને આકૃતિ રચના પ્રમાણે સમાંતર
પણ છે, તેથી આ આખો (ચન) સમાંતરબાજુઓખૂણ આ આ-
પેક્ષી (અબકુહડ) સીધી લીટી આકૃતિની બરાબર થયો. અને તેનો
આ (પ) ખૂણો આપેક્ષા (ફ) ખૂણાની બરાબર આકૃતિ રચના પ્રમાણે
થયો એ સિદ્ધ.

પ્રતિજ્ઞા ૪૬ મી. કૃત્ય.

એક કહેલી (અવ) સીધી લીટી ઉપર એક ચોરસ કરવાનું.



સાધન.

આ (અવ) સીધી લીટીના આ (અ) છેડા બિંદુથી આ (અલ) લંબ ૧૧ મી પ્રતિજ્ઞા. પ્ર. દોર્યો. અને આ (અલ) લીટીમાંથી આ આપેલી (અવ) ની બરાબર આ (અક) ભાગ ત્રીજી પ્રતિજ્ઞા પ્ર. કાપ્યો. આ (ક) બિંદુથી આ આપેલી (અવ) સીધી લીટીને સમાંતર ૩૧ મી પ્રતિ. પ્ર. આ (કમ) સીધી લીટી દોરી, અને આ આપેલી (અવ) લીટીના આ (બ) બિંદુથી આ (અક) ને સમાંતર ૩૧ મી પ્રતિજ્ઞા. પ્ર. આ (બડ) સીધી લીટી દોરી, તે કરવાનો ચોરસ તે આ [અડ] થશે.

સિદ્ધતા.

આ (અવ) ને સમાંતર આ (કડ) દોરેલી છે, ને આ (અક) ને સમાંતર આ (બડ) દોરેલી છે, માટે આ (અડ) સમાંતરબાજુ-ચોખ્ખું છે. હવે તે સમાંતરબાજુચોખ્ખું છે, માટે ૩૪ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર. આ (અવ) બાજુ તે આ (કડ) ની બરાબર ને આ (અક) બાજુ આ (બડ) ની બરાબર અને આ (અ) ખૂણા તે આ (ક) ખૂણાની બરાબર અને આ (બ) ખૂણા તે આ (ક) ખૂણાની

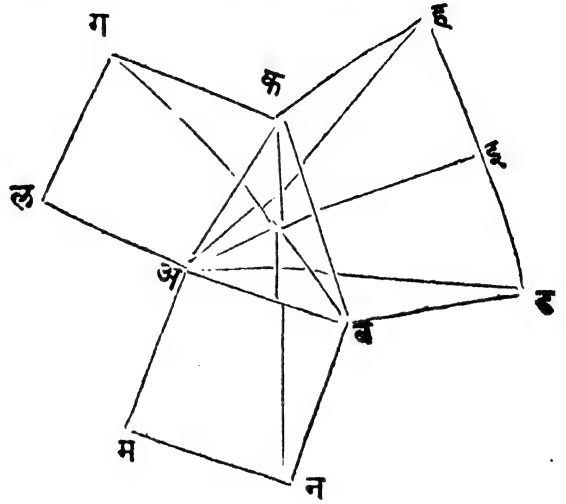
બરાબર. હવે આ (અવ) ની બરાબર આ (અક) કાપીને રાખી છે. માટે તે બંને બરાબર છે અને આ (અવ) ની બરાબર આ (કઢ) કરી ગયા. અને આ (અક) ની બરાબર આ (વઢ) કરી ગયા—માટે તે ચારે ૧૬ પ્રત્યક્ષ. પ્ર૦ અરસ્પરસ બરાબર, એટલે ચારે બાજુઓ બરાબર કરવી હતી તે થઈ. હવે આ અ ખૂણો ૧૦ મી વ્યાખ્યા પ્રમાણે કાટખૂણો છે, અને તેનીજ બરાબર આ (ક) ખૂણો છે, માટે તે પણ કાટખૂણો. અને આ (અવ) તથા આ (કઢ) સમાંતર લીટીઓ આકૃતિ રચના પ્રમાણે છે, માટે આ (અ) તથા આ (ક) ખૂણાનો સરવાળો ૨૬ મી પ્રતિમા પ્રમાણે બે કાટખૂણાની બરાબર, તે માંહેનો આ (અ) ખૂણો એક કાટખૂણો છે, તો આ (ક) ખૂણો પણ કાટખૂણો. અને આ (ક) ખૂણાની બરાબરજ આ (વ) ખૂણો છે, તો તે પણ કાટખૂણો, એટલે એ ચારે ખૂણા કાટખૂણા થયા, તો તે ૧૧ મા પ્રત્યક્ષ. પ્ર૦ બરાબર એટલે ૩૧ મી વ્યાખ્યા પ્રમાણે આ (અઢ) ચોરસ છે એ સિદ્ધ.



પ્રતિજ્ઞા ૪૭ મી. પ્રમેય.

કોષ પચ (વઅક) કાટખૂચ ત્રિકોણમાં કાટખૂચ સામેના

(વક) કર્ણનો
વર્ગ તે કાટ-
ખૂચો કરના-
રી (અવ ત-
થા અ ક)
ખાનુઓના
વર્ગોના સર-
વાળાની બ-
રાબર થશે.



સિદ્ધતા.

આ (અવ) તથા આ (વક) તથા આ (અક) ખાનુઓ ઉપર અનુક્રમે આ (મવ) તથા આ (વહ) તથા આ (લક), ચોરસો ૪૬ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર૦ કર્યા. આ (વહ) અથવા આ (કહ) ને સમાંતર આ (અ) બિંદુથી ૩૧ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર૦ આ (અહ) સીધી લીટી દોરી. અને આ (અ) તથા આ [હ] બિંદુઓને, તે-ગજ આ (ન) તથા આ (ક) બિંદુઓને તેગજ આ (અ) તથા આ (હ) બિંદુઓને, તેગજ આ (વ) તથા આ (ગ) બિંદુઓને, ૧ લા સ્વીકૃત. પ્ર૦ સાંધ્યાં.

હવે આ (અવડ) ત્રિકોણની આ (અવ) તથા આ (વહ) બાજુ આ (નવક) ત્રિકોણની અનુક્રમે આ (નવ) તથા આ (વક) બાજુઓની બરાબર છે, કેમકે ચોરસની બાજુઓ છે, માટે ૩૧ મી બ્યાખ્યા પ્રમાણે, અને આ [કવડ] ખૂણો, તે આ (નવઅ) ખૂણાની બરાબર ૧૧ મા પ્રત્યક્ષ. પ્ર૦ એ અને બરાબર ખૂણાઓમાં આ (અવક) સાધારણ ખૂણો મેળવ્યો, તો બીજા પ્રત્યક્ષ. પ્ર૦ આ (અવડ) ખૂણો આ (નવક) ખૂણાની બરાબર. તેથી ૪ થી પ્રતિષ્ઠા પ્ર૦ આ (અવડ) ત્રિકોણ તે આ (નવક) ત્રિકોણની બરાબર. હવે આ (વડ) એકજ પાયા ઉપરના અને આ (અહ) એકજ સમાંતર લીટી વચ્ચેના આ (અવડ) ત્રિકોણ કરતાં આ (વહ) સમાંતરબાજુઓખૂણુ ૪૧ મી પ્રતિષ્ઠા પ્ર. બમણો, અને આ (નવ) એકજ પાયા ઉપરના અને આ (મક) એકજ સમાંતર લીટી વચ્ચેના આ (નવક) ત્રિકોણ કરતાં આ (મવ) ચોરસ બમણો, કેમકે ચોરસ તે સમાંતરબાજુઓખૂણુ છેજ. હવે આ (અવડ) તથા આ (નવક) બરાબર ત્રિકોણોની અનુક્રમે આ (વહ) તથા આ (મવ) બમણાઈઓ ૬ પ્રત્યક્ષ. પ્રમાણે બરાબર. તેજ પ્રમાણે આ (લક) ચોરસ તથા (કહ) સમાંતરબાજુઓખૂણુ બરાબર છે.

હવે આ (કહ) ની બરાબર આ (લક) ચોરસ થયો, અને આ (વહ) ની બરાબર આ (મવ) ચોરસ થયો, તો આ (કહ) તથા આ (વહ) ના સરવાળાની બરાબર આ (લક) તથા આ (મવ)નો સરવાળો થયો. અને આ (કહ) તથા આ (વહ) નો સ-

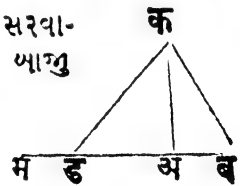
(૯૦)

રવાળો તે આ (બહ) ચોરસ છે, માટે ૧લા પ્રત્યક્ષ. પ્ર૦ આ (બહ) ચોરસની બરાબર આ (લક) તથા આ (મબ) ચોરસનો સરવાળો થયો. હવે ભૂમિતિમાં ચોરસને વર્ગ કહે છે, અને આ (બહ) તે આ (બક)નો ચોરસ એટલે વર્ગ છે. અને આ (લક) તે આ (અક)નો ચોરસ એટલે વર્ગ છે. અને આ (મબ) તે આ (અબ)નો ચોરસ એટલે વર્ગ છે, માટે આ (બક) નો વર્ગ તે આ (અક) તથા આ (અબ) ના વર્ગોના સરવાળાની બરાબર કરવો હતો તે થયો એ સિદ્ધ.

ત્રિકોણો પાડવામાં એટલું યાદ રાખવું કે આપેલા ત્રિકોણમાં જે કાટખૂણા સિવાયના એ ખૂણાઓ વધે, તે તેમની પાસેના ચોરસોના ખૂણાઓમાં મેળવવાથી અંતર ખૂણા થાય.

પ્રતિજ્ઞા ૪૮ મી પ્રમેય.

એક (અબક) ત્રિકોણની એક (બક) બાજુનો વર્ગ બીજા એ (અબ તથા અક) બાજુઓના વર્ગોના સરવાળાની બરાબર હોય, તો તે એક (બક) બાજુ સામેનો ખૂણો (અ) કાટખૂણો થશે.



સિદ્ધતા.

આ (અક) બાજુ ઉપર આ (અ) બિંદુથી ૧૧ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર૦ આ (અમ) લખ દોર્યો. આ (અમ) લીટીમાંથી આ (અબ)ની બરાબર ત્રીજી પ્રતિજ્ઞા પ્ર૦ આ (અહ) ભાગ કાપ્યો. અને આ

(ક) તથા આ (ક) બિંદુઓને પહેલા સ્વીકૃત. પ્ર૦ સાંધ્યાં.

હવે આકૃતિ રચના પ્રમાણે આ (કઅક) ત્રિકોણ કાટખૂણ ત્રિકોણ છે, માટે ૪૭ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર. આ (અક) તથા આ (અક) ના વર્ગોનો સરવાળો આ (કક) બાજુના વર્ગની બરાબર. અને આ (અક) બાજુ આ (અવ) બાજુની બરાબર આકૃતિ રચના પ્રમાણે છે, માટે આ (અક) ના વર્ગની સાથે આ (અક) ના વર્ગને બદલે તેની બરાબરની આ (અવ) નો વર્ગ મેળવીએ તો તે પણ આ (કક) ના વર્ગની બરાબર. અને આ (અવ) તથા આ (અક) ના વર્ગોનો સરવાળો, આ (વક) ના વર્ગની બરાબર ઉપ-ન્યાસ પ્રમાણે છે, માટે આ (કક) તથા આ (વક) ના વર્ગો બરાબર. તેથી તેમના વર્ગમૂળો જે આ (કક) તથા આ (વક) બાજુઓ તે પણ બરાબર.

હવે આ [અવક] ત્રિકોણની આ (અવ ને વક) બાજુઓ આ (અકક) ત્રિકોણની અનુક્રમે આ (અક) અને આ (કક) ની બરાબર આકૃતિ રચના પ્રમાણે. અને આ (અક) બાજુ સામાન્ય છે. તો ૮ મી પ્રતિજ્ઞા પ્ર. આ (કઅવ) ખૂણો તે આ (કઅક) ખૂણાની બરાબર, અને આ (કઅક) ખૂણો કાટખૂણો છે, તો આ (કઅવ) ખૂણો પણ કાટખૂણો એ સિદ્ધ.

આ પ્રતિજ્ઞા ૪૭ મી પ્રતિજ્ઞાનો ઉલટ પક્ષ છે.

ઉપયોગી પ્રશ્નોત્તર.

પ્ર૦ ભૂમિતિ નામ પાડવાનું કારણ શું ? હાલ તે શા અર્થમાં વપરાય છે ?

ઉ૦ પૃથ્વીની ગાપણી સાર એ વિદ્યા ક્ષેત્રન થઇ, માટે ભૂમિતિ નામ પડ્યું. હાલમાં તેનો અર્થ આકારનું શાસ્ત્ર એવો થાય છે.

પ્ર૦ ભૂમિતિ શીખવાથી ફાયદો શો ?

ઉ૦ જમીનની ગાપણી, આકાશી પદાર્થોનું પરસ્પરનું અંતર, પર્વ-તોની ઉંચાઈ વગેરે કાઢવામાં એ વિદ્યા ઉપયોગી છે. એટલુંજ નહીં પણ વિચાર શક્તિને વધારનાર એ મોટું સાધન છે, અને મનને ઊંચા પ્રકારનો આનંદ આપે છે.

પ્ર૦ ભૂમિતિનાં બિંદુ અને લીટીઓ આપણાથી કાઢી શકાય કે નહીં ?

ઉ૦ ના. કેમકે આપણાથી એટલું નાનામાં નાનું બિંદુ મૂકી શકાતું નથી, કે તેનાથી વધારે નાનું આપણી કલ્પનામાં પણ ન આવવી શકે. તેમજ આપણે જે લીટી દોરીએ તેને કાંઈ પણ પહોળાઈ હોયજ, માટે તે ભૂમિતિ પ્રમાણે લીટી કહેવાય નહિ, પણ આપણી આંખની સામે લીટી માટે જે કલ્પના કરીએ કે જેને પહોળાઈ બિગ્ગલ હોયજ નહીં તે લીટી છે, તેથી આપણે ભૂમિતિનું બિંદુ કે લીટી કરી શકતા નથી.

પ્ર૦ લીટી કેટલી જાતની હોય છે, તેના તથા તેના પેટા ભાગના નામ આપો ?

૩૦ જે જાતની. ૧ સીધી લીટી, ૨ વાંકી લીટી. સીધી લીટી ત્રણ જાતની હોય છે. આડી, ઉભી અને તિરકસ.

પ્ર૦ ખૂણા કેટલી જાતના હોય છે તેના તથા તેના પેટા ભાગના નામ આપો ?

૬૦ જે જાતના. ૧ સમતલ ખૂણો. ૨ સમતલ સીધી લીટી ખૂણો. સમતલ ખૂણો વાંકી લીટીઓથી પણ થાય છે. પરંતુ સમતલ સીધી લીટી ખૂણો તો માત્ર સીધી લીટીઓથી જ થાય છે. તેના ત્રણ પ્રકાર છે, કાટખૂણો, પહોળો ખૂણો, અને સાંકડો ખૂણો.

પ્ર૦ ખૂણાઓનું માપ શા ઉપર આધાર રાખે છે ?

૭૦ ખૂણો જે જે લીટીઓ મળવાથી થયો હોય, તે લીટીઓ વચ્ચે જેટલું અંતર હોય તેના ઉપર ખૂણાના માપનો આધાર છે. પણ લીટીઓની વધતી ઓછી લંબાઈ ઉપર આધાર નથી.

પ્ર૦ ત્રિજ્યા, વ્યાસ, અને જ્યામાં તફાવત શો ?

૮૦ જેનો એક છેડો ગોળના મધ્યબિંદુમાં અને બીજો છેડો પરિધમાં હોય તેવી સીધી લીટીને ત્રિજ્યા કહે છે, અને જેના બંને છેડા પરિધમાં હોય, અને ગોળના મધ્ય બિંદુમાં થઈને જતી હોય, તેવી સીધી લીટી વ્યાસ કહેવાય, તે ત્રિજ્યાથી બમણો છે. અને જે સીધી લીટીના બંને છેડા પરિધમાં હોય, પણ ગોળના મધ્ય બિંદુમાં થઈને જતી ન હોય તે લીટી જ્યા કહેવાય છે. વ્યાસથી ગોળના બે સરખા ભાગ થાય છે, અને જ્યાથી ગોળનો ખંડ થાય છે.

પ્ર૦ ત્રિકોણ મુખ્ય કેટલી જાતના છે, તે દરેક જાતનો પેટા ભાગ વ્યાખ્યા સાથે આપો ?

૬૦ ત્રિકોણ બે ભતના. ૧ બાજુ ઉપરથી. ૨ ખૂણા ઉપરથી. બાજુ ઉપરના ત્રણ પેટા ભાગ. સગબાજુ, સગદ્વિબાજુ, અને વિષમ બાજુ. તેમજ ખૂણા ઉપરના પણ ત્રણ પેટા ભાગ. કાટખૂણ ત્રિકોણ, પહોળ ખૂણ ત્રિકોણ, અને સાંકડ ખૂણ ત્રિકોણ. તેમની વ્યાખ્યાઓ અને આકૃતિઓ પ્રથમ આપેલી છે.

પ્ર૦ ભમિતિના પહેલા સ્કંધમાં આકૃતિના કયા ગુણનો વિચાર કરેલો છે?

૬૦ સઘળી સીધી લીટી આકૃતિઓનું મૂળ ત્રિકોણ છે. તેથી તેના ગુણો ઉપર સઘળી સીધી લીટી આકૃતિઓના ગુણો આધાર રાખે છે, માટે પહેલા સ્કંધમાં ઘણા ત્રિકોણના ગુણો વિષે વિચાર કરેલો છે.

પ્ર૦ કાટખૂણો, પહોળો ખૂણો, અને સાંકડો ખૂણો, કેટ કેટલા અંશના હશે ?

૬૦ કાટખૂણો ૯૦ અંશનો, સાંકડો ખૂણો ૯૦ અંશથી ઓછો, અને પહોળો ખૂણો ૯૦ અંશથી વધારે હોય છે.

પ્ર૦ સાંકડ ખૂણ ત્રિકોણમાં તથા સાંકડા ખૂણા શા માટે હોય છે ?

૬૦ કેમકે જો તેમાં એક પહોળો કે કાટખૂણો હોય તો તે પહોળ ખૂણ ત્રિકોણ કે કાટખૂણ ત્રિકોણ કહેવાય છે. માટે તેમાં પહોળો ખૂણો કે કાટખૂણો ન હોય, ત્યારે તથા સાંકડા ખૂણાજ હોવા જોઈએ.

પ્ર૦ સમબાજુ ત્રિકોણ અને સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમાં કેવા ખૂણા હોય ?

૬૦ સમબાજુ ત્રિકોણમાં તથા સાંકડા ખૂણા હોય, કારણકે તે તથા

ખૂણા બરાબર હોય છે. અને ત્રિકોણના ત્રણે ખૂણાનું માપ બે કાટ ખૂણાની બરાબર છે. હવે તેમાં એક કાટખૂણો કે પહોળો ખૂણો હોય, તો બીજા પાસે તેવડાજ છે. તેથી બે કાટખૂણા કરતાં માપ વધી જાય માટે ત્રણે સાંકડા ખૂણા હોય છે. સમઘિક બાજુ ત્રિકોણ, કાટખૂણ ત્રિકોણ, પહોળા ખૂણ ત્રિકોણ, કે સાંકડા ખૂણ ત્રિકોણ થાય છે.

પ્ર૦ ચોખૂણો કેટલી જાતના છે. તેની આકૃતિ સાથે વ્યાખ્યા કરો ?

ઉ૦ ચોખૂણાકૃતિના મુખ્ય પાંચ પ્રકાર છે. (૧) સમાંતરબાજુચોખૂણ (સોર્જેજ), (૨) ચોરસ, (૩) દીર્ઘ ચોખૂણ, (૪) રોમ્બોઇડ, (૫) ચતુર્સીમા (ટ્રેપિઝ્યમ) તેમની વ્યાખ્યા અને આકૃતિઓ આગળ આપેલ છે.

પ્ર૦ કર્ણની વ્યાખ્યા આપો ?

ઉ૦ કાટખૂણ ત્રિકોણમાં કાટખૂણાની સામેની બાજુ કર્ણ કહેવાય છે.

પ્ર૦ એક સીધી લીટી સમાંતર કહેવાય કે નહીં, તે કારણ સાથે કરો ?

ઉ૦ ના, સમાંતર એ શબ્દનો અર્થ સરખું અંતર એવો થાય છે. અને અંતર બેના સંબંધમાં જ બતાવાય છે, માટે એક સીધી લીટીમાં સમાંતર શબ્દનો સમાવેશ થતો નથી.

પ્ર૦ સ્વીકૃતપક્ષ અને પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ, તેમજ કૃત્ય અને પ્રમેયનો મુકાબલો કરો ?

ઉ૦ સ્વીકૃતપક્ષ અને પ્રત્યક્ષ પ્રમાણનો મુકાબલો—સ્વીકૃતપક્ષ એ આપેલો અપ્તીચાર છે. એટલે બુદ્ધિતિમાં જે જે સાધનોનો

ઉપયોગ કરવાની રચના છે તે કરવાને માટે આંકણી કે કંપાસ
રૂપ સ્વીકૃતપક્ષો છે. તેનો ઉપયોગ કૃત્ય પ્રતિજ્ઞાનું સાધન કર-
વામાં તેમજ કેટલીક પ્રમેય પ્રતિજ્ઞાની આકૃતિ રચના કરવામાં
કરવો પડે છે. અને પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ નો ઉઘાડી સાચીતી બતાવે છે.
તેનો ઉપયોગ સિદ્ધતાની સાચીતી બતાવવામાં થાય છે. તે સા-
ચીતી એટલી ઉઘાડી હોય છે કે સિદ્ધતાઓ સિદ્ધ કરી શકાતી નથી.

કૃત્ય અને પ્રમેયનો મુકાબલો—કૃત્ય પ્રતિજ્ઞામાં માગેલું ફળ
કાંઈ પણ કૃત્ય કરવાથી નીકળે છે, પણ પ્રમેયમાં તત્વની સત્યતા
આપેલીજ હોય છે. તે સિદ્ધ કરી બતાવવાનું કામ પ્રમેયમાં હોય છે.

પ્ર૦ કયા કયા પ્રત્યક્ષ પ્રમાણો સિદ્ધ થઈ શકે છે?

ઉ૦ અગ્યારમું અને બારમું પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ સિદ્ધ થઈ શકે છે.

પ્ર૦ ત્રણ સ્વીકૃતપક્ષ સિવાય ભૂમિતિમાં કોઈ વધારે અ-
ખતીઆર અગાઉથી આપેલ છે?

ઉ૦ હા. હરકોઈ સ્થળે બિંદુ લેવાની છૂટ છે.

પ્ર૦ ગોળ અને ગોળામાં શો તફાવત?

ઉ૦ ગોળ એ સદાઈ ઉપર એક વર્તુળ છે. અને ગોળો એ નક્કર
પદાર્થ છે.

પ્ર૦ ૧૦, ૧૫, ૨૪, ૨૭, ૩૦, ૩૩ અને ૩૫ મી વ્યાખ્યા લખો?

ઉ૦ આ વ્યાખ્યાઓ આગળ લખેલી છે, માટે અંદિઆ લખી નથી.

પ્ર૦ સમતલ સીધી લીટી ખૂણો, સીધી લીટી આકૃતિ, સ-
ફાઈ, રોમ્બોઇડ અને ત્રિકોણ એમની વ્યાખ્યાઓ
કેટલામી છે?

ઉ૦ સમતલ સીધી લીટી ખૂણો ૮મી, સીધીલીટીઆકૃતિ ૨૦ મી,
સફાઈ ૫ મી, રોમ્બોઇડ ૩૩મી, અને ત્રિકોણ ૨૧ મી.

પ્ર. કયા કયા ચોખુણો સમાંતર બાળુ ચોખુણુ કહી શકાય?

ઉ. લૉઝેજ, ચોરસ, દીર્ઘ ચોખુણુ, અને રૉમ્બોઈડ.

પ્ર. લૉઝેજ, ચોરસ, દીર્ઘચોખુણુ, અને રૉમ્બોઈડનો મુકાબલો કરો ?

ઉ. લૉઝેજ, ચોરસ કહેવાય નહીં, પણ ચોરસ લૉઝેજ કહેવાય.

લૉઝેજ, દીર્ઘ ચોખુણુ કહેવાય નહીં, તેમ દીર્ઘ ચોખુણુ લૉઝેજ કહેવાય નહીં.

લૉઝેજ રૉમ્બોઈડ કહેવાય, પણ રૉમ્બોઈડ લૉઝેજ કહેવાય નહીં.

ચોરસ લૉઝેજ કહેવાય, પણ લૉઝેજ ચોરસ કહેવાય નહીં.

ચોરસ દીર્ઘ ચોખુણુ કહેવાય, પણ દીર્ઘ ચોખુણુ ચોરસ કહેવાય નહીં.

ચોરસ રૉમ્બોઈડ કહેવાય, પણ રૉમ્બોઈડ ચોરસ કહેવાય નહીં.

દીર્ઘચોખુણુ લૉઝેજ કહેવાય નહીં, તેમ લૉઝેજ દીર્ઘચોખુણુ કહેવાય નહીં.

દીર્ઘચોખુણુ ચોરસ કહેવાય નહીં, પણ ચોરસ દીર્ઘચોખુણુ કહેવાય.

દીર્ઘચોખુણુ રૉમ્બોઈડ કહેવાય, પણ રૉમ્બોઈડ દીર્ઘચોખુણુ કહેવાય નહીં.

રૉમ્બોઈડ લૉઝેજ કહેવાય નહીં, પણ લૉઝેજ રૉમ્બોઈડ કહેવાય.

રૉમ્બોઈડ ચોરસ કહેવાય નહીં, પણ ચોરસ રૉમ્બોઈડ કહેવાય.

રૉમ્બોઈડ દીર્ઘચોખુણુ કહેવાય નહીં, પણ દીર્ઘચોખુણુ રૉમ્બોઈડ કહેવાય.

પ્ર. કયા કયા ચોખુણો બાળુઓની બાબતમાં મળતા છે ?

અને કયા કયા ખુણાઓની બાબતમાં મળતા છે ?

ઉ. લૉઝેજ અને ચોરસ બાળુઓની બાબતમાં મળતા છે, કેમકે તેમની ચારે બાળુઓ બરાબર છે. અને દીર્ઘ ચોખુણુ તથા રૉમ્બોઈડ એ પણ બાળુઓની બાબતમાં મળતા છે, કેમકે તેમની સામ સામેની બાળુઓ બરાબર હોય છે.

ચોરસ અને દીર્ઘ ચોખુણુ ખુણાની બાબતમાં મળતા છે, કેમકે

તે બનેના ખુણા કાટખુણા હોય છે, અને લૌઝેજ તથા રૌમ્બ-
છડ એ બે પણ ખુણાની બાજતમાં ગણતા છે, કેમકે તેમાં
સરખા ખુણાનો મેળ નથી.

પ્ર૦ પહેલું સ્વીકૃત પક્ષ કયા પ્રત્યક્ષ પ્ર. ને મળતું છે?

ઉ૦ દશમા પ્રત્યક્ષ પ્રમાણને મળતું છે.

પ્ર૦ બીજું સ્વીકૃત પક્ષ કયું પ્રતિજ્ઞાને મળતું છે?

ઉ૦ ચૌદમી પ્રતિજ્ઞાને.

પ્ર૦ સુલટી અને ઉલટી રીતે સિદ્ધતા કરવામાં કયું રીત સારી?

ઉ૦ સુલટી. કારણકે ૧ અમુક વસ્તુ આવી છેજ. ૨ અને તે આ-
વા કારણેથી. એ બંને વાત તે બતાવે છે. અને ઉલટી સિ-
દ્ધતા તો કારણ સિવાય માત્ર અમુક વસ્તુ આવી છે એટલુંજ
બતાવે છે.

પ્ર૦ ૧૫, ૧૦, ૨૪, અને ૩૧ મી વ્યાખ્યાઓનો ઉપયોગ
કયું કયું પ્રતિજ્ઞામાં કરવો પડે છે ?

ઉ૦ ૧૫ મીનો ઉપયોગ. ૧, ૨, ૩, ૧૨, અને ૨૨ મી પ્રતિજ્ઞામાં.

૧૦ મીનો ઉપયોગ. ૧૧, ૧૨, ૧૭, ૪૬, અને ૪૮ મી "

૨૪ મીનો ઉપયોગ. ૧, ૨, ૯, ૧૦, અને ૧૧ મી. "

૩૧ મીનો ઉપયોગ ૪૬ મી પ્રતિજ્ઞામાં કરવો પડે છે.

પ્ર૦ બીજા સ્વીકૃત પક્ષ અને છઠ્ઠા, સાતમા, અને અગિ-
યારમા પ્રત્યક્ષ પ્ર૦ નો ઉપયોગ કયું કયું પ્રતિજ્ઞામાં
કરવો પડે છે ?

ઉ૦ બીજા સ્વીકૃત ૨-૫-૧૦-૧૬-૧૭-૨૦-૨૧-૨૪-૩૨-૩૯
૪૦-૪૨-૪૩ અને ૪૪ મી પ્રતિજ્ઞામાં.

૬ ઠા પ્રત્યક્ષ પ્ર૦ ૪૧ અને ૪૨ મી પ્રતિજ્ઞામાં. અને ૭ મા

પ્રત્યક્ષ પ્ર. ૩૭ અને ૩૮મી પ્રતિજ્ઞામાં; અને ૧૧ મા પ્રત્યક્ષ પ્ર. ૪૭ મી પ્રતિજ્ઞામાં.

પ્ર૦ ન્યૂનતા પૂરક અને કોટીખૂણો એટલે શું ?

ઉ૦ જ્યારે બે ખુણાઓનો સરવાળો બે કાટખુણાની બરાબર હોય, ત્યારે તે ખુણાઓ ન્યૂનતા પૂરક કહેવાય છે; અને તેમાંનો એક ખુણો બીજાનો ન્યૂનતા પૂરક ખુણો કહેવાય છે.

જ્યારે બે ખુણાઓનો સરવાળો એક કાટખુણાની બરાબર હોય, ત્યારે તે કોટીઓ કહેવાય છે; અને તેમાંના એક ખુણો બીજા ખુણાનો કોટી છે એમ કહેવાય છે.

પ્ર૦ ભૂમિતિના ૧ લા સ્કંધમાં કય પ્રતિજ્ઞાઓ દૃત્ય, અને કય પ્રતિજ્ઞાઓ પ્રમેય છે?

ઉ૦ દૃત્ય-૧-૨-૩-૬-૧૦-૧૧-૧૨-૨૨-૨૩-૩૧-૪૨-૪૪-૪૫ અને ૪૬ કુલ ચોદ છે.

પ્રમેય-૪-૫-૬-૭-૮-૧૩-૧૪-૧૫-૧૬-૧૭-૧૮-૧૯-૨૦-૨૧-૨૪-૨૫-૨૬-૨૭-૨૮-૨૯-૩૦-૩૨-૩૩-૩૪-૩૫-૩૬-૩૭-૩૮-૩૯-૪૦-૪૧-૪૩-૪૭ અને ૪૮, કુલ ૩૪.

પ્ર૦ કય કય પ્રતિજ્ઞાઓ ઉલટ પક્ષની છે ? (એક પ્રતિજ્ઞાથી બીજી પ્રતિજ્ઞામાં ઉલટું સિદ્ધ કરેલ છે ?)

ઉ૦ (૪-૨૬), (૫-૬), (૧૩-૧૪), (૧૮-૧૯), (૨૪-૨૫), (૨૭ અને ૨૮-૨૯), (૩૭-૩૯), (૩૮-૪૦), (૪૭-૪૮).

પ્ર૦ કય કય પ્રતિજ્ઞાઓ ઉલટી સિદ્ધતાથી સિદ્ધ થાય છે ?

ઉ૦ ૬-૭-૧૪-૧૯-૨૫-૨૬નો પહેલો ભાગ, ૨૭-૨૯નો પહેલો ભાગ, ૩૬-૪૦.

પ્ર૦ ત્રિકોણો એક રૂપ કરવાનું કય કય પ્રતિજ્ઞાઓમાં છે?

ક્રો ૪-૮ અને ૨૬.

પ્રો ત્રિકોણનાં અંગ કેટલાં ? તેમાં કયાં કયાં અંગ બરાબર આપેલ હોય તો બે ત્રિકોણો એક રૂપ થાય ?

ક્રો અંગ છ છે. ત્રણ ખુણા, ને ત્રણ બાજુ. તેમાં એક ત્રિકોણનાં ગમે તે ત્રણ અંગ બીજા ત્રિકોણનાં તેજ જાતનાં ત્રણ અંગની બરાબર આપે તો ત્રિકોણ એક રૂપ થાય, પણ એક ત્રિકોણના ત્રણ ખુણા અનુક્રમે બીજા ત્રિકોણના ત્રણ ખુણાની બરાબર આપેલ હોય તો એક રૂપ થાય, અને વળતે ન પણ થાય એ યાદ રાખવું.

પ્રો ત્રિકોણ કે ચોખ્ખુ બરાબર થાય એટલે શું ?

ક્રો તેઓનાં ક્ષેત્રફળો બરાબર સમજવાં. તેમના ખુણા અને બાજુઓ બરાબર થાય, એમ કાંઈ નિયમ નથી. વળતે ખુણાઓ અને બાજુઓ બરાબર થાય છે; પરંતુ ખુણા અને બાજુઓનાં મોટાં હોય છતાં તેઓનાં ક્ષેત્રફળ બરાબર હોય છે. માટે ત્રિકોણ, ચોખ્ખુ, કે ગોળ એક બીજાની બરાબર કહે, ત્યારે તેનાં ક્ષેત્રફળ બરાબર સમજવાં.

પ્રો ૨-૮-૧૩-૨૭-૩૧-૩૮-૪૧-અને ૧૪ મી પ્રતિજ્ઞા બીજી કઈ કઈ પ્રતિજ્ઞાઓ સિદ્ધ કરવામાં કામ લાગે છે ?

ક્રો ૨ છ (૩-૨૨), ૮ મી (૯-૧૦-૧૧-૧૨-૨૩), ૧૩ મી (૧૪-૧૫-૧૭-૨૮-૨૯-૩૨), ૨૭ મી (૨૮-૨૯-૩૦-૩૧-૩૩). ૩૧ મી (૩૨-૩૭-૩૮-૪૨-૪૩-૪૪-૪૬-૪૭-), ૩૮ મી (૪૦-), ૪૧ મી (૪૨), ૧૪ મી (૪૫).

પ્રો કઈ કઈ પ્રતિજ્ઞાઓનો સમાવેશ બીજી પ્રતિજ્ઞામાં થઈ શકે છે ?

ઉ૦ ૧૧ મીનો ૨૩ મીમાં, ૧૬ અને ૧૭નો ૩૨ મીમાં. અને ૪૨ મીનો ૪૫ મી પ્રતિજ્ઞામાં સમાવેશ થઈ શકે છે.

પ્ર૦ કંઈ કંઈ પ્રમેય પ્રતિજ્ઞાઓમાં આદૃતિ રચના કરવાની જરૂર પડે છે?

ઉ૦ ૪-૮-૧૫-૧૬ નો પહેલો ભાગ, ૨૫ નો પહેલો ભાગ, અને ૨૮-૨૯-૩૪-૩૫-૩૬ સિવાયની પ્રમેય પ્રતિજ્ઞાઓમાં આદૃતિ રચના કરવી પડે છે.

પ્ર૦ ચોરસને ભૂમિતિમાં શું કહે છે? ઉ૦ વર્ગ.

પ્ર૦ કાટખુણુ ત્રિકોણ અને ચોરસનાં ક્ષેત્રફળ કાઢવાની રીત ભૂમિતિની કંઈ પ્રતિજ્ઞા ઉપરથી નીકળી હશે?

ઉ૦ કાટખુણુ ત્રિકોણનાં ક્ષેત્રફળની રીત ૪૭ અને ૪૮ મી પ્રતિજ્ઞા ઉપરથી, અને ચોરસના ક્ષેત્રફળની રીત ૪૬ મી પ્રતિજ્ઞા ઉપરથી નીકળી છે.

પ્ર૦ સાધન અને સિદ્ધતાનો મુકાબલો કરો?

ઉ૦ સાધન. ૧ તે કૃત્ય પ્રતિજ્ઞામાં આવે. ૨ તે વ્યાખ્યા, સ્વીકૃત પક્ષ અને આવી ગયેલી પ્રતિજ્ઞાને આધારે કરી શકાય. ૩ કૃત્ય પ્રતિજ્ઞામાં અને કેટલીક પ્રમેય પ્રતિજ્ઞામાં તેના વિના સિદ્ધતા થઈ શકતી નથી.

સિદ્ધતા. ૧ તે કૃત્ય અને પ્રમેય બંને જાતની પ્રતિજ્ઞામાં આવે છે. ૨ તે વ્યાખ્યા, પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ અને આગળ આવી ગયેલી પ્રતિજ્ઞાઓને આધારે સિદ્ધ કરી શકાય છે.

પ્ર૦ કંઈ કંઈ પ્રતિજ્ઞાઓમાં ગોળ છેદાવાની જરૂર છે? અને શા કારણથી છેદાય છે?

ઉ૦ ૧ લી અને ૨૨ મી પ્રતિજ્ઞામાં ગોળ છેદાવાની જરૂર છે. ૧ લી

પ્રતિજ્ઞામાં ગોળ છેદાય છે તેનું કારણ તે પ્રતિજ્ઞા નીચેની ત્રી-કામાં છે.

૨૨ મી પ્રતિજ્ઞામાં બે ગોળ છેદાય નહીં, તો કહેલો ત્રિકોણ થા-યજ નહીં; કારણ કે જો બે લીટીઓના સરવાળો ત્રીજીની બ-રાબર આપ્યો હશે, તો ગોળ છેદાયા વિના માત્ર અડીને જશે, અને બે લીટીના સરવાળા કરતાં ત્રીજી મોટી આપી હશે તો જાંને ગોળ એક બીજાને અડકશે પણ નહીં.

પ્ર૦ એક સીધી લીટી ઉપર એકજ બિંદુ આગળ સઘળી ત-રફથી કેટલીક સીધી લીટીઓ પડીને જે ખુણાઓ કરે તેમનો સરવાળો કેટલો થાય?

ઉ૦ ચાર કાટખુણાની બરાબર.

પ્ર૦ કેટલીક સીધી લીટીઓ એક બીજાને એકજ બિંદુ પાસે અરુપરસ છેદે, અને તેથી જે ખુણાઓ થાય તેનો સર-વાળો કેટલો થાય?

ઉ૦ ચાર કાટખુણાની બરાબર.

પ્ર૦ એકજ સીધી લીટી ઉપર અને તેના એકજ બિંદુથી એકજ તરફ વધારેમાં વધારે કેટલા લંબ દોરી શકાય તે કારણ સાથે કહો?

ઉ૦ એકજ, કારણ કે જ્યારે એક લંબ દોર્યો, ત્યારે તેની આસપા-સના ખુણા કાટખુણા હોયછે; હવે બીજો લંબ જો તેથી જૂદો દોરીએ, તો તેની આસપાસના ખુણા પણ કાટખુણા હોય; એ-ટલે પ્રથમના કાટખુણા કરતાં પછીના કાટખુણા નાના મોટા થાય, એ ૧૧ મા પ્રત્યક્ષ પ્રમાણથી ઉદઘટું.

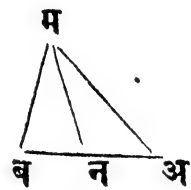
પ્ર૦ સ્થાનોપરી રીતે કઇ કઇ પ્રતિજ્ઞાઓ સિદ્ધ થઇ શકેછે?

ઉ૦ ૪ થી અને ૮ મી. (૨૬ મી પ્રતિજ્ઞા કરે તો થાય.)

પ્ર૦ હરકોઈ પદાર્થ દૂરથી જોઈએ તો નાનો દેખાય, અને નજીકથી જોઈએ તો મોટો દેખાય છે; તે ભૂમિતિની રીતે સિદ્ધ કરી બતાવો?

ઉ૦ આ સિદ્ધતા ૧૬ મી પ્રતિજ્ઞા ઉપરથી નીકળી શકે છે. તે એવી રીતે કે હરકોઈ પદાર્થના છેડાનાં કિરણો આંખમાં પેસતાં જે ખુણો કરે, તેના ઉપર તે પદાર્થ નાનો મોટો દેખાવાનો આધાર છે.

એક માણસ આ (અ) સ્થળેથી આ (વમ) પદાર્થને જુએ, તો આ (અ) ખુણો થાય છે અને ત્યાંથી (વમ) ની નજીક જઈ આ (ન) જિંદુથી જુએ તો આ (ન) ખુણો થાય. હવે આ (અ) ખુણા કરતાં આ (ન) ખુણો ૧૬ મી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે મોટો, માટે મોટી વસ્તુ દેખાય છે.



પ્ર૦ જે આકૃતિ એકજ લીટીથી થતી હોય એવી આકૃતિનાં નામ આપો?

ઉ૦ ગોળ એ એકજ લીટીની આકૃતિ છે.

પ્ર૦ એક ત્રિકોણમાં બે પહોળા ખુણા છે, અને બીજામાં બે કાટખુણા છે. એ બેમાંથી ગમે તે એક ત્રિકોણ કરી બતાવો?

ઉ૦ બેમાંથી એક ત્રિકોણ થાય નહીં, કારણ કે ૧૭ અને ૩૨ મી પ્રતિજ્ઞાથી ઉત્પન્ન છે.

પ્ર૦ ત્રિકોણનો બહારનો ખુણો તે તેનો માંડેના ખુણાની બરાબર હોય કે નાનો મોટો હોય ?

ઉંચરાચર હોય અગર નાનો મોટો પણ હોય; જે માંહેનો ખુણો કાઢી
ખુણો હશે તો જરાચર; અને માંહેનો ખુણો પહોળો હશે, તો બહાર-
નો નાનો; અને માંહેનો ખુણો સાંકડો હશે તો બહારનો પહોળો.

પ્ર૦ સ્થાનોપરી, પરિમિતિ, બહુ ખુણુ આકૃતિનો કહ્યું, અ-
રસ્પરસ સમખુણુ અને ખુણાનું શિરોબિંદુ એમની
વ્યાખ્યાઓ આપો?

ઉ૦ સ્થાનોપરી—એક આકૃતિને ઉભાડીને ળીજી ઉપર તેનાં બ-
રાચરના અંગો મળતાં આવે એવી રીતે મૂકવી તે.

પરિમિતિ—આકૃતિની હદ કરનારી લીટીઓ, અથવા લી-
ટીઓની તમામ લંબાઈ તે.

બહુ ખુણુ આકૃતિનો કહ્યું—બહુ ખુણુ આકૃતિના કોઈપણ ખુણાને
તેની પાસેના ખુણા સિવાય બીજા ખુણા સાથે સાંધનારી લીટી તે.

અરસ્પરસ સમખુણુ—જે ત્રિકોણોના કે ચોખુણોના ખુણાઓ
અનુક્રમે જરાચર હોય તો તે અરસ્પરસ સમખુણુ કહેવાય.

ખુણાનું શિરોબિંદુ—ખુણો કરનારી બે સીધી લીટીઓ જે બિં-
દુ પાસે મળે તે બિંદુ.

પ્ર૦ સીધી લીટી આકૃતિનું નાનામાં નાનું રૂપ કયું?

ઉ૦ ત્રિકોણુ. સઘળી સીધી લીટી આકૃતિનું મૂળ ત્રિકોણુ છે.

પ્ર૦ સમખાણુ ત્રિકોણુથી ઉત્પન્ન નામ શું?

ઉ૦ વિષમ ખાણુ ત્રિકોણુ.

પ્ર૦ ૩૫મી વ્યાખ્યામાંથી એકજ સફાઈ, એ શબ્દો કાઢી
નાખીએ તો ચાલે કે નહીં?

ઉ૦ ના; કેમકે એક સફાઈમાં ન હોય તો સમાંતર કહેવાય નહીં.

પ્ર૦ કંઈ પ્રતિજ્ઞા પ્રત્યક્ષ પ્ર૦ના જેવી છે? ઉ૦ ૨૦ મી.

પ્ર૦ તમા પ્રત્યક્ષ પ્ર. થી કંઈ પ્રતિજ્ઞામાં ઉલટું ધારેલું છે ?
ઉ૦ ચોથી પ્રતિજ્ઞામાં.

પ્ર૦ ઉલટ પક્ષ, અને ઉલટી સિદ્ધતા એટલે શું ?

ઉ૦ ઉલટપક્ષ એ, જે પ્રતિજ્ઞાઓના સંબંધમાં કહેવાય છે, એટલે એક પ્રતિજ્ઞામાં જે કયું હોય, તેથી ઉલટું બીજી પ્રતિજ્ઞામાં કરવાનું હોય, ત્યારે તે ઉલટ પક્ષની પ્રતિજ્ઞા કહેવાય.

ઉલટી સિદ્ધતા, એ એકજ પ્રતિજ્ઞામાં કહી શકાય, એટલે જે સિદ્ધ કરવું છે તે કરતાં ઉલટું ધારી સિદ્ધ કરવું.

પ્ર૦ એક અંતવાન સીધી લીટી ઉપર વધારેમાં વધારે સમખાણુ ત્રિકોણો કેટલા કરી શકાય તે કારણ સાથે કહો ?

ઉ૦ વધારેમાં વધારે જે, તે પણ એક બીજાથી ઉલટી દિશામાં કારણ કે એક તરફ તો એક કરતાં વધારે સરખા ત્રિકોણો થઈ શકેજ નહીં, જે થાય તો ૭ મી પ્રતિજ્ઞાથી ઉલટું થાય. માટે બીજી તરફ એક કરી શકાય. વળી જે ગોળા એક બીજાને જે ગિંદુમાં જ છેદી શકે છે, માટે જેજ સમખાણુત્રિકોણો થઈ શકે.

પ્ર૦ એક અનિયમિત સીધી લીટી ઉપર સમખાણુ ત્રિકોણુ કેટલા ?

ઉ૦ કરી શકાયજ નહીં. અંતવાન સીધી લીટી ઉપરજ થઈ શકે; કારણ કે જે અનિયમિત હોય તો તેની મુકરર લંબાઈ જાણ્યા વિના બીજી ખાણુઓ તેના જેવડી કરી શકાય નહીં.

પ્ર૦ બીજી પ્રતિજ્ઞામાં અંતવાન સીધી લીટી શામાટે આપી છે ?

ઉ૦ લીટીની મુકરર હદ જાણ્યા વિના તેની બરાબર બીજી લીટી દોરી શકાય નહીં, માટે અંતવાન શબ્દ જરૂરનો છે.

પ્ર૦ બીજી પ્રતિજ્ઞા અને બીજા સ્વીકૃત પક્ષમાં ફેર શો ?

ઉ૦ બીજી પ્રતિજ્ઞામાં તો અમુક લંગાઇની નવીજ લીટી દોરવાની છે, અને બીજા સ્વીકૃતપક્ષમાં તો લીટી આપી હોય તેને વધારવાનું છે.

પ્ર૦ બીજી પ્રતિજ્ઞા સિદ્ધ કરતી વખતે યાદ રાખવા લાયક નિયમ કહો ?

ઉ૦ બીજી પ્રતિજ્ઞા નીચે એ નિયમો લખેલા છે.

પ્ર૦ ત્રીજી પ્રતિજ્ઞામાં મોટીની બરાબર નાનીને કરવી હોય, તો શી રીતે થાય ?

ઉ૦ મોટીને એક છેડે નાનીને બીજી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે દોરવી. પછી મોટીના સંધાયેત્ર છેડાને મધ્ય બિંદુ ધારી મોટીને ત્રિજ્યા ગણી ગોળા કરવો. પછી પરિઘને મળતાં સુધી નાનીને વધારવી એટલે મોટીની બરાબર થશે.

પ્ર૦ ચોથી પ્રતિજ્ઞામાં સ્થાનોપરી કરતાં એક ત્રિકોણની બંને બાજુઓને તેની બરાબરની બીજા ત્રિકોણની બંને બાજુઓ ઉપર મૂકી શકાય કે નહીં?

ઉ૦ ના. એક બાજુ ઉપર બીજી બાજુ મૂકી શકાય, બાકીની બાજુઓ એક બીજા ઉપર પડે તે સિદ્ધ કરી બતાવવું જોઈએ.

પ્ર૦ ચોથી પ્રતિજ્ઞાની વ્યાખ્યામાં અંતર ખુણા અને અનુક્રમે એ શબ્દો લખવાની જરૂર શી?

ઉ૦ જો બરાબર બાજુઓની વચ્ચેના ખુણા બરાબર ન હોય, પણ બીજા ખુણા બરાબર આપ્યા હોય તો ચોથી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે સિદ્ધ થઈ શકે નહીં, માટે અંતર ખુણાજ બરાબર આપવાની જરૂર છે. તેમજ અનુક્રમે ન લખ્યું હોય તો વ્યુત્ક્રમ સરખું લેતાં આ પ્રતિજ્ઞા સિદ્ધ થાય નહીં, માટે એ બંને શબ્દો અગત્યના છે.

પ્ર૦ કોઈ ત્રિકોણની ત્રણ બાજુઓ બરાબર હોય તો ખુંકે જાઓ બરાબર થાય કે નહીં? અને થાય તો કય પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે?

ઉ૦ યા. ૫ મી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે.

પ્ર૦ કોઈ ત્રિકોણના ત્રણ ખુણા બરાબર છે, તો તેની ત્રણ બાજુઓ કય પ્રતિજ્ઞાથી બરાબર થશે? ઉ૦ ૬ ટી પ્રતિજ્ઞાથી.

પ્ર૦ ૭ મી પ્રતિજ્ઞામાં ૧ હું એકજ સીધી લીટી ઉપર બીજું એકજ બાજુ તરફ અને ૩જી સીમાવાસી બાજુઓ બરાબર થાય એ ત્રણ સરતમાંથી એક પણ ઓછી હોય તો શું થાય?

ઉ૦ ત્રણમાંથી એક સરત પણ ઓછી હોય તો શિરે બિંદુઓ બંધ પડે એવા સરખા ત્રિકોણો કરી શકાય.

પ્ર૦ ૮ મી પ્રતિજ્ઞામાં શું આપેલું છે, અને શું કરવાનું છે?

ઉ૦ એક ત્રિકોણની ત્રણ બાજુ તે અનુક્રમે બીજા ત્રિકોણની ત્રણ બાજુની બરાબર આપી છે, અને બરાબર બાજુઓની વચ્ચેના ખુણાઓ બરાબર કરવા છે.

પ્ર૦ એક અનિયમિત સીધી લીટીના બે સરખા ભાગ કરો?

ઉ૦ અનિયમિત સીધી લીટીના સરખા ભાગ કરી શકાય નહીં, કારણ તેનું મુકરર માપ નથી, તેથી મુકરર માપ સિવાય ભાગ કરી શકાય નહીં.

પ્ર૦ ૧૧ મી પ્રતિજ્ઞામાં અનિયમિત કે અંતવાન સીધી લીટી કેમ લખેલ નથી?

ઉ૦ લંબ અનિયમિત કે અંતવાન બંને ઉપર દોરી શકાય છે, માટે એ શબ્દો લખેલા નથી.

કે- એક દિશા તરફથી બે સીધી લીટીઓ આવીને એક સીધી લીટીને મળે છે, અને તેથી જે ખુણા થાય તેના સરવાળો બે કાટખુણા બરાબર છે, તો તે અખંડ સીધી લીટી છે એમ સિદ્ધ કરો?

ઉ૦ તેવી રીતે એક તરફથી આવીને મળવાથી અખંડ સીધી લીટી થાય નહીં, વિરુદ્ધ બાબુઓથી આવવી જોઈએ.

પ્ર૦ ત્રિકોણની બે બાબુઓનો સરવાળો ત્રીજી બાબુની બરાબર અગર નાનો હોય, એવો ત્રિકોણ કરો?

ઉ૦ થાયજ નહીં.

પ્ર૦ એક ત્રિકોણની એક બાબુ ૧૨૫ ફીટ, બીજી ૨૩ ફીટ, અને ત્રીજી ૭ ફીટની છે તો તેનું ક્ષેત્રફળ કાઢો ?

ઉ૦ નહીં નીકળે; કારણકે એવો ત્રિકોણ યદ્ય શક્ય નહીં. કેમકે બે બાબુના સરવાળાથી ત્રીજી બાબુ મોટી છે.

પ્ર૦ ૨૪ મી અને ૨૫ મી પ્રતિજ્ઞામાં સિદ્ધ શું કરવું છે?

ઉ૦ ૨૪ મી પ્રતિજ્ઞામાં પાયા નાના મોટા કરતા છે, અને ૨૫ મી પ્રતિજ્ઞામાં પાયા સામેના ખુણાને નાના મોટા કરવા છે.

પ્ર૦ ૨૯ મી, ૩૪ મી અને ૩૮ મી પ્રતિજ્ઞાઓમાં શું આપ્યું છે અને શું માગેલું છે?

ઉ૦ ૨૯ મીમાં બે સમાંતર લીટીઓને એક સીધી લીટી છેદે એટલું આપેલું છે, અને ૧ લું વ્યુત્ક્રમ ખુણા બરાબર કરવા છે; બીજું બદારનો ખુણો તે એકજ તરફના માંહેનાની સામેના ખુણાની બરાબર કરવો છે; ૩ જું એકજ તરફના માંહેના બે ખુણાનો સરવાળો બે કાટખુણાની બરાબર કરવો છે.

૩૪ મી પ્રતિજ્ઞામાં એક સમાંતર બાબુ એખુણુ આપેલ છે, અને ૧ લું

તેની સાગસામેની જાણુઓ; જીજી સાગસામેના ખુણાઓ, અને
ઉજી કુર્ણી થયેલા જે ભાગ એ બરાબર છે એ સિદ્ધ કરવું છે.
૩૮ મીમાં બરાબર પાયા, અને એકજ સમાનર લીટીની વચ્ચે
ત્રિકોણો આપેલા છે, અને તે ત્રિકોણોને બરાબર કરવા છે.

પ્ર. ત્રણ ગામે એક બીજાથી સરખે અંતરે છે. તેઓની
વચ્ચે સરખે અંતરે એક કૂવો કરવો હોય તો તે સ્થ-
ળ કય પ્રતિજ્ઞાથી શોધી શકશો ?

ઉ. ૧૨ મી પ્રતિજ્ઞા ઉપરથી; એટલે એ ત્રણે સ્થળોને પ્રથમ સાં-
ધવાં, પછી સાંધનારી જાણુને દુભાગી તે ઉપર લંબો દોરવા;
એ લંબો જે સ્થળે ત્રિકોણની અંદર મળશે તે ગામેજી સ્થ-
ળ આવશે.

પ્ર. હમી પ્રતિજ્ઞામાં ખુણાની તરફજ સમજાણુ ત્રિકોણને
પાડીએ તો ત્રિકોણનું શિરોબિંદુ કયાં પડે ?

ઉ. જે આપેલો ખુણો ૬૦ અંશનો હશે, તો સમજાણુનું શિરો-
બિંદુ તે ખુણાના શિરોબિંદુ સાથે મળી જશે; જે આપેલો
ખુણો ૬૦ અંશથી ઓછો હશે, તો સમજાણુ ત્રિકોણનું શિરો-
બિંદુ આપેલા ખુણાની અંદર પડશે અને આપેલો ખુણો ૬૦
અંશથી મોટો હશે તો સમજાણુ ત્રિકોણનું શિરોબિંદુ આપેલા
ખુણાની બહાર પડશે.

પ્ર. ત્રિકોણની કેટપણ બે બાજુની બાદબાકી, ત્રીજી બા-
જુ કરતાં નાનીજ આવે એ કય પ્રતિજ્ઞાથી સિદ્ધ કરી
શકશો? ઉ. ૨૦ મા.

પ્ર. એક સીધી લીટી આકૃતિના ખુણાઓનું માપ છ કા-
ંડખુણા બરાબર છે તો તેને કેટલી બાજુઓ હશે તે
કારણ સાથે કહો?

ઉં પ્રતિજ્ઞા ૩૨ ઉપરથી તેનો એવો નિયમ છે કે જોટલા કાટખુણાની યરાળર ગાપ આપ્યું હોય તેમાં ૪ મેળવીને બેએ ગાગવા.

પ્રં એક એવો ત્રિકોણ કરો કે તેમાં એક પહોળા ખુણા અને એક કાટખુણો થાય, જો થતો હોય તો તે કંઈ પ્રતિજ્ઞાથી સિદ્ધ કરશો, અને ન થતો હોય તો કંઈ પ્રતિજ્ઞાને આધારે ના પાડો છો ?

ઉં થઈ શકે નહીં; ૧૭ મી અને ૩૨ મી પ્રતિજ્ઞાને આધારે.

પ્રં સમઢ્રી બાળુ ત્રિકોણની યરાળર બાળુઓની સામેના ખુણા કાટખુણા કે પહોળા ખુણા નથી, તેમ શાથી કહો છો ?

ઉં ૧૭ અને ૩૨ મી પ્રતિજ્ઞાને આધારે.

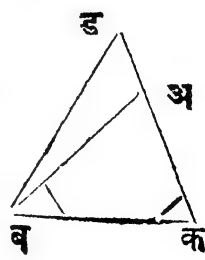
પ્રં એક સમાંતર બાળુ ચોખુણું બેતર છે, તે બે ભાગઓ વચ્ચે વહેંચતાં એક ખુણાથી બીજા ખુણા સુધી બેતરની વચ્ચે વાડ કરી લીધી, તો તે બંને ભાગ સરખા છે એમ સિદ્ધ કરો ?

ઉં ૩૪ મી પ્રતિજ્ઞામાં કર્ણથી હુભાગે છે તે પ્રમાણે.

પ્રં છઠ્ઠી પ્રતિજ્ઞા એક બાળુને વધારીને સિદ્ધ કરો.

ઉં આ (અબક) ત્રિકોણના આ (બ) તથા આ (ક) ખુણા

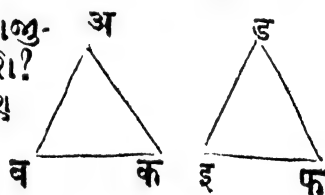
યરાળર છે, તો આ (અબ) તથા આ (અક) બાળુઓ યરાળર થશે. ધારો કે આ (અબ) કરતાં આ (અક) બાળુ નાની છે, તો તેને બીજા સ્વીકૃત પક્ષ પ્રમાણે વધારી; એ વધારેલી બાળુમાંથી આ (અબ) ની યરાળર આ (કડ) ત્રીજી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે કાપી, આ (ડ) તથા આ (બ) બિંદુઓને ૧ લા સ્વી-



કૃત પ. પ્રમાણે સાંધ્યાં. હવે આ (કવક) મોટા ત્રિકોણની આ (કડ) બાબુ તે આ (અવક) નાના ત્રિકોણની આ (અવ) બાબુની બરાબર કાપીને રાખી છે, અને આ (વક) બાબુ બંને ત્રિકોણોમાં સામાન્ય છે, અને મોટા ત્રિકોણનો આ (વક-અ) ખુણો તે નાના ત્રિકોણના આ (અવક) ખુણાની બરાબર આપેલ છે; માટે ચોથી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે એ બંને ત્રિકોણો બરાબર; હવે મોટા ત્રિકોણનો નાનો ત્રિકોણ ભાગ છે અને બરાબર થાય, એ ૬ મા પ્રત્યક્ષ પ્ર. થી ઉત્પદ્, માટે (અવ)બાબુ કરતાં આ (અક) બાબુ નાની નથી એ સિદ્ધ.

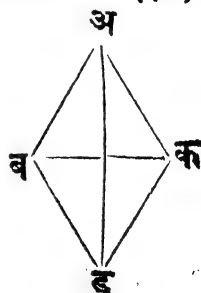
પ્ર૦ આઠમી પ્રતિજ્ઞા વિરુદ્ધ બાબુ-
એ ત્રિકોણ પાડી સિદ્ધ કરો?

હ૦ વિરુદ્ધ બાબુએ પાડતાં મુખ્ય ત્રણ
આકૃતિઓ થશે.



૧ લી રીત. ધારો કે આ (ઈ ફ) પાયો આ (વક) પાયા સાથે
મળી ગયો, અને ત્રિકોણ વિરુદ્ધ બાબુએ પડ્યો. આ (અ) તથા
આ (હ) શિંદુઓને ૧ લા સ્વીકૃત પ. પ્રમાણે સાંધ્યાં તો આ
(વહ) તથા આ (કહ) બાબુઓ અનુક્રમે આ (ઈહ) તથા
આ (ફહ) ની બરાબર આપેલી છે.

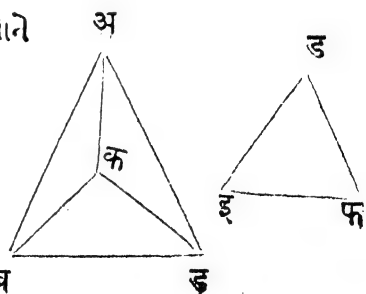
હવે આ (અવહ) ત્રિકોણની આ
(અવ) તથા આ (વહ) બાબુઓ
ઉપન્યાસ પ્રમાણે બરાબર છે, તેથી
૫ મી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે આ (કઅહ)
તથા આ (અહક) ખુણા પણ બરાબર;
હવે આ (હઅવ) તથા આ



(વડઅ) ગરાગર ખુણાઓમાં આ (કઅ) તથા આ (અ
 ઢક) ગરાગર ખુણાઓ અનુક્રમે મેળવ્યા, તે ખીજ પ્રત્યક્ષ પ્ર.
 પ્રમાણે આ (કઅવ) ખુણો તે આ (વડક) ખુણાની ગરાગર.
 અને આ (વડક) ખુણો તે આ (ડ) ખુણાની ગરાગર છે,
 તેથી ૧ લા પ્રત્યક્ષ પ્ર. પ્રમાણે આ (અ) ખુણો તે આ (ડ)
 ખુણાની ગરાગર થયો. હવે પાયા પાસેના ખુણા ગરાગર કર-
 વા સાડ આ (અવક) ત્રિકોણની આ (અવ) તથા આ (અ.
 ક) ખાજુઓ ઉપન્યાસ પ્રમાણે આ (ડફ) ત્રિકોણની આ
 (ડફ) તથા આ (ડફ) ખાજુની ગરાગર અનુક્રમે છે અને
 આ (અ) ખુણો તે આ (ડ) ખુણાની ગરાગર કરી ગયા, તેથી
 ચોથી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે પાયા પાસેના આ (વ) તથા આ (ક)
 ખુણો તે આ (ફ) તથા આ (ફ) ખુણાની ગરાગર એ સિદ્ધ.

ખીજ રીતે—ત્રિકોણો આ પ્રમાણે વિરૂદ્ધ ખાજુએ પાડીએ તો આ

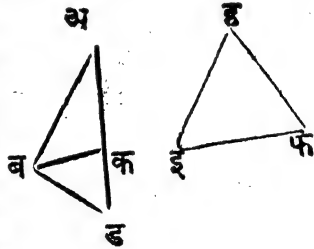
(અ) તથા આ (ડ) ખિંદુઓને
 ૧લા સ્વીકૃત પક્ષ પ્રમાણે સાં
 ધ્યાં. હવે આ (અવડ) ત્રિ-
 કોણની આ (વઅ) તથા
 આ (વડ) ખાજુઓ ઉપ-
 ન્યાસ પ્રમાણે ગરાગર છે.
 તેથી ૫ મી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે
 આ (વડઅ) તથા આ (ડ વ
 અવ) ખુણા ગરાગર; અને



આ (અકડ) ત્રિકોણની આ (કઅ) તથા આ (કડ) ખાજુ-

આ ઉપન્યાસ પ્રમાણે બરાબર છે, તો ૫ મી પ્રતિષ્ઠા પ્રમાણે
 આ (કઅઙ) તથા આ (હઅક) ખુણા બરાબર. હવે આ
 (વહઅ) તથા આ (હઅવ) બરાબર ખુણામાંથી આ (કઅઙ)
 તથા આ (હઅક) બરાબર ખુણા અનુક્રમે બાદ કર્યા તો ૩
 જ પ્રત્યક્ષ પ્ર. પ્રમાણે આ (કઅવ) તથા આ (વહક) ખુણા
 બરાબર રહ્યા. અને આ (વહક) ખુણો તે આ (હ) ખુણા-
 ની બરાબર છે, તો ૧ લા પ્રત્યક્ષ પ્ર. પ્રમાણે આ (અ) તથા
 આ (હ) ખુણા બરાબર થયા. હવે પાયા પાસેના ખુણા બરા-
 બર કરવાના રહ્યા, તે ચોથી પ્રતિષ્ઠા પ્રમાણે પહેલી રીત મુ-
 નબ્બ બરાબર થાય એ સિદ્ધ.

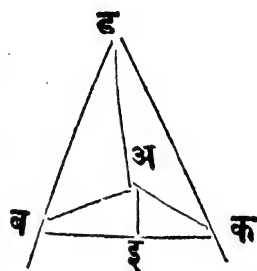
ત્રીજી રીત—ધારો કે ત્રિકોણો
 આ પ્રમાણે વિરૂદ્ધ બાળુએ
 પડ્યા છે. હવે આ (અવ-
 ઙ) ત્રિકોણની આ (વઅ)
 તથા આ (વહ) બાળુઓ
 ઉપન્યાસ પ્રમાણે બરાબર છે,
 તો ૫ મી પ્રતિષ્ઠા પ્રમાણે
 આ (અ) ખુણો તે આ (હ)



ખુણાની બરાબર, અને આ (હ) ખુણો તે આપેલા (હ) ખુણા-
 ની બરાબર છે, તો ૧ લા પ્રત્યક્ષ પ્ર. પ્રમાણે આ (અ) ખુણો
 તે આ (હ) ખુણાની બરાબર. હવે પાયા પાસેના ખુણા બરા-
 બર કરવા રહ્યા, તે ચોથી પ્રતિષ્ઠા પ્રમાણે પહેલી રીત મુનબ્બ
 બરાબર એ સિદ્ધ.

૫૦ ૬ મી પ્રતિજ્ઞા ત્રિકોણ એકજ તરફ પાડીને સિદ્ધ કરો?
 ૭૦ ત્રિકોણો એક તરફ બે રીતે પડી શકશે; એક તો આપેલા

ખુણાની ઉપર ને બીજી તેની અંદર—
 ધારો કે સમબાજુ ત્રિકોણ આપેલા ખુ-
 ણાની ઉપર જાય છે. આ (ડબઅ) સ-
 મબાજુના આ (ડ) શિરોગિંદુને આ આ-
 પેલા (અ) ખુણાના શિરોગિંદુ સાથે ૧
 લા સ્વીકૃતપક્ષ પ્રમાણે સાંધ્યું. આ (ડ
 અ) બાજુને આ (બક) ને ગણતાં સુધી
 બીજા સ્વીકૃતપક્ષ પ્ર. વધારી. હવે આ



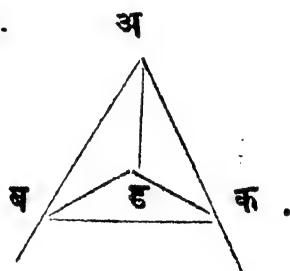
(ડબઅ) ત્રિકોણની આ (ડબ) બાજુ તે આ (ડઅક) ત્રિકો-
 ણની આ (ડક) બાજુની બરાબર ૨૪ મી વ્યાખ્યા પ્રમાણે.
 અને આ (અબ) બાજુ તે આ (અક) બાજુની બરાબર કા-
 પીને રાખી છે, અને આ (ડઅ) બાજુ બંનેમાં સામાન્ય છે, મા-
 ટે ૮ મી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે આ (અડબ) ખુણો તે આ (કડઅ)
 ખુણાની બરાબર.

હવે આ (ડબઈ) ત્રિકોણની આ (ડબ) બાજુ તે આ (ડઈ
 ક) ત્રિકોણની આ (ડક) બાજુની બરાબર ૨૪ મી વ્યાખ્યા
 પ્રમાણે. અને આ (ડઈ) બાજુ બંનેમાં સામાન્ય છે, અને
 આ (અડબ) તથા આ (કડઅ) ખુણા બરાબર કરી ગયા,
 તેથી ૪ થી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે આ (બઈ) પાયો તે આ (ઈક)
 પાયોની બરાબર.

હવે આ (અબઈ) ત્રિકોણની આ (અબ) બાજુ તે આ (અ

ઇક) ત્રિકોણની આ (અક) બાજુની બરાબર કાપીને રાખી છે, અને આ (વડ) બાજુ તે આ (ઇક) બાજુની બરાબર કરી ગયા. અને (અઇ) બાજુ બંનેમાં સામાન્ય છે, તેથી ૮ મી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે આ (ઇઅવ) તથા આ (કઅઇ) ખુણા બરાબર એ સિદ્ધ.

બીજી રીતે—આ આપેલા (અ) ખુણાની અંદર આ (ડબ ક) સમબાજુ ત્રિકોણ પડ્યો હોય તે.

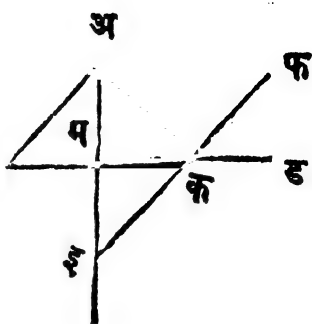


આ (અવડ) ત્રિકોણની આ (અવ) બાજુ તે આ (અડક) ત્રિકોણની આ (અક) બાજુની બરાબર કાપીને રાખી છે, અને આ (ડવ) બાજુ તે આ (ડક) બાજુની બરાબર રાખી મેળવ્યા પ્રમાણે. અને આ (અડ) બાજુ બંનેમાં સામાન્ય છે, તેથી ૮ મી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે આ (ડઅવ) ખુણો તે આ (કઅડ) ખુણાની બરાબર એ સિદ્ધ.

પ્ર૦ ૧૬મી પ્રતિજ્ઞા બીજી રીતે સિદ્ધ કરો ?

ઉ૦ આ (અવક) ત્રિકોણનો આ (અકડ) બહારનો ખુણો આ

(બ) ખુણા કરતાં મોટા કરવાનો હોય તો, બે ખુણા વચ્ચેની આ (બક) બાજુને ૧૦ મી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે આ (મ) જિંદુ પાસે દુભાગી. આ (અ) તથા આ (મ) જિંદુઓને ૧ લા સ્વીકૃત-પક્ષ પ્રમાણે સાંધ્યાં. આ (અમ) બાજુને બીજા સ્વીકૃતપક્ષ પ્ર-માણે વધારી. અને તેમાંથી આ



(અમ) ની બરાબર આ (મફ) ત્રીજી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે (રાખી). આ (ફ) તથા આ (ક) જિંદુઓને ૧ લા સ્વીકૃતપક્ષ પ્રમાણે સાંધ્યાં, અને આ (ફક) ને બીજા સ્વીકૃતપક્ષ પ્રમાણે વધારી. હવે આ (અવમ) ત્રિકોણની આ (વમ) બાજુ તે આ (મ ફક) ત્રિકોણની આ (મક) બાજુની બરાબર દુભાગીને રાખી છે. અને આ (અમ) બાજુ તે આ (મફ) બાજુની બરાબર કાપીને રાખી છે. અને આ (વમઅ) ખુણો તે ૧૫ મી પ્ર-તિજ્ઞા પ્રમાણે આ (કમફ) ખુણાની બરાબર છે, તો ચોથી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે આ (અવમ) ખુણો તે આ (ફકમ) ખુણા-ની બરાબર, અને આ (ફકમ) ખુણો તે ૧૫મી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે આ (ફકફ) ખુણાની બરાબર તેથી ૧લા પ્રત્યક્ષ. પ્ર. આ (અ વમ) ખુણો તે આ (ફકફ) ખુણાની બરાબર. હવે આ (ફ કફ) ખુણા કરતાં આ (અકફ) બહારનો ખુણો ૯મા પ્રત્યક્ષપ્ર. પ્રમાણે મોટો અને આ (ફકફ) ખુણો તે આ (બ)

પુણ્યાની યરાળર કરી ગયા છીએ, તેથી આ (બ) પુણ્યા કરતાં આ બહારનો (અકઠ) પુણ્યો મોટો એ સિદ્ધ.

પ્ર૦ ૨૦ મી પ્રતિજ્ઞા બીજી રીતોએ સિદ્ધ કરી બતાવો?

૬૦ પેહ્લીરીત—આ (અબ) તથા આ (અક) યાજ્ઞનો સરવાળો

ત્રીજી આ (બક) યાજ્ઞ કરતાં મોટો કરવા સાર આ (અ) પુણ્યાને ૯ મી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે દુભાગ્યો, અને દુભાગનારી લીટીને આ (બક) ને ગણતાં સુધી બીજા સ્વીકૃતપક્ષ પ્રમાણે વધારી. હવે આ (હઅબ) પુણ્યા કરતાં **બ ડ ક** આ (અકઠ) પુણ્યો ૧૬ મી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે મોટો.



અને આ (હઅબ) પુણ્યો તે આ (કઅડ) પુણ્યાની યરાળર દુભાગીને કરેલ છે, માટે આ (કઅડ) પુણ્યા કરતાં પાંચુ આ (અકઠ) પુણ્યો મોટો. હવે આ (અકઠ) ત્રિકોણમાં આ (કઅડ) પુણ્યા કરતાં આ (અકઠ) પુણ્યો મોટો છે, તો ૧૬ મી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે આ (ક) યાજ્ઞ કરતાં આ (અક) યાજ્ઞ મોટી. તેજ રીતે આ (અબક) ત્રિકોણમાં આ (બક) યાજ્ઞ કરતાં આ (અબ) યાજ્ઞ મોટી. હવે આ (ક) નાનીની સાથે આ (બક) નાની મેળવીએ અને આ (અક) મોટીની સાથે આ (અબ) મોટી મેળવીએ, તો આ (ક) તથા આ (બક) ના સરવાળા કરતાં આ (અક) તથા આ (અબ) નો સરવાળો ધણો મોટો. અને આ (બક) તે આ (બક) તથા આ (ક) ના સરવાળા યરાળર છે; માટે આ (બક) કરતાં આ (અબ) તથા આ (અક) નો સરવાળો મોટો એ સિદ્ધ.

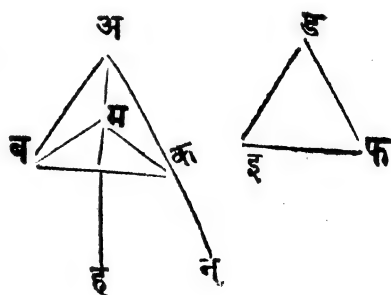
બીજી રીતે—સરવાળો કરવાની બે બાબતો બે ખુણા પાસે મળેછે, ત્યાંથી ત્રીજી બાબત ઉપર લંબ દોરીને કરતાં. **અ**



હવે આ (અવક) ત્રિકોણના આ (અ) શિંદુથી ૧૨ મી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે આ (વક) પાયા ઉપર લંબ દોર્યો. હવે આ (વક) ઉપર આ (અક) લંબ છે, તેથી ૧૦ મી વ્યાખ્યા પ્રમાણે આ (વકઅ) તથા આ (અક) ખુણા કાટ ખુણા. આ (કઅવ) ખુણા કરતાં આ (અક) ખુણો ૧૬ મી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે મોટો અને આ (અક) ખુણાની બરાબર આ (વકઅ) ખુણો ૧૧ મા પ્રત્યક્ષ ૦ પ્રમાણે છે, તેથી આ (કઅવ) ખુણા કરતાં આ (વકઅ) ખુણો મોટો, તેથી ૧૬ મી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે આ (અવ) બાબત આ (વક) બાબત કરતાં મોટી; તેજ પ્રમાણે આ (અક) બાબત તે આ (ક) બાબત કરતાં મોટી, તેથી આ (વક) તથા આ (ક) નો સરવાળો બે આ (વક) તેના કરતાં પણ આ (અવ) તથા આ (અક) નો સરવાળો મોટો બે સિદ્ધ.

પ્ર ૨૪ મી પ્રતિજ્ઞા બીજી રીતે સિદ્ધ કરો?

ઉ ૧ લી રીત—આ (અવ) બાબતની સાથે આ (ક) ખુણાની બરાબર ૨૩ મી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે ખુણો કર્યો. ખુણો કરનારી બાબતને વધારી તેમાંથી આ (ક) બાબતની બરાબર ત્રીજી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે આ (અમ) કાપી. આ (મ) તથા આ (વ)

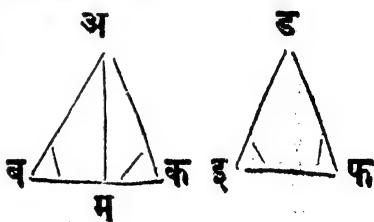


ગિંદુઓને ૧ લા સ્વીકૃતપક્ષ પ્રમાણે સાંધ્યાં, અને આ (મ)
તથા આ (ક) ગિંદુઓને પણ ૧ લા સ્વીકૃત૦ પ્રમાણે સાંધ્યાં.
આ (અવમ) ત્રિકોણની આ (અવ) બાજુ તે આ (ડફ)
ત્રિકોણની આ (ફફ) બાજુની બરાબર આપેલી છે. અને આ
(અમ) બાજુ તે આ (ફફ) ની બરાબર કાપીને રાખી છે. અને
આ (અમ) ખુણા તે આ (ફ) ખુણાની બરાબર આકૃતિ-
રચના પ્રમાણે છે, તેથી ૪ થી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે આ (અમ) પાયો
તે આ (ફફ) પાયાની બરાબર. હવે આ (અમ) બાજુ તે આ
(ફફ) બાજુની બરાબર કાપીને રાખી છે અને આ (અક)
બાજુ તે આ (ફફ) બાજુની બરાબર આપેલી છે. માટે ૧
લા પ્રત્યક્ષ૦ પ્રમાણે આ (અમ) તથા આ (અક) બરાબર.
અને તેથી ૫ થી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે આ (અમક) તથા આ (અક)
મ) બહારના ખુણા બરાબર. આ (અકમ) ખુણા કરતાં આ
(અકમ) ખુણો ૬ મા પ્રત્યક્ષ પ્ર. પ્રમાણે મોટો, તેથી આ
(અમક) પણ મોટો. પછી બહારની રીતે સિદ્ધ કરવું.

બીજી રીતે—જો કાપવાની બાજુ પાયાની ઉપર કપાય તો
૪ થી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે આ (અક) નો ભાગ તે (ફફ) ની બ-
રાબર થાય, માટે આખી મોટી થાય એ સિદ્ધ.

પ્ર૦ ૨૬ મી પ્રતિજ્ઞા આપેલા એ ખુણાની વચ્ચેની બાજુને
બદલે બીજી બાજુ લઇને સિદ્ધ કરો?

ઉ૦ આ (અવક) ત્રિકોણના આ
(અ) તથા આ (ક) ખુણા આ
(ડફ) ત્રિકોણના આ (ફ)
તથા આ (ફ) ખુણાની બ-
રાબર આપેલ છે, અને આ
(અવ) બાજુ તે આ (ફફ)



બાળુની બરાબર આપેલ છે, તો બંને ત્રિકોણો એક ૩૫ થશે. ધારો કે આ (ઈફ) બાળુ કરતાં આ (બક) બાળુ મોટી છે તો તેમાંથી આ (ઈફ) ની બરાબર ત્રીજી પ્રતિમા પ્રમાણે આ (બમ) કાપી. આ (અ) તથા આ (મ) બિંદુઓને પહેલા સ્વીકૃતપ્રક્ષ પ્રમાણે સાંધ્યાં. હવે આ (અબમ) ત્રિકોણની આ (અબ) બાળુ તે આ (હઈફ) ત્રિકોણની આ (હઈ) બાળુની બરાબર આપેલી છે, અને આ (બમ) બાળુ તે આ (ઈફ) ની બરાબર કાપીને રાખી છે, અને આ (બ) ખુણો તે આ (ઈ) ખુણાની બરાબર આપેલ છે, તો ૪ થી પ્રતિમા પ્રમાણે આ (બમઅ) ખુણો તે આ (ફ) ખુણાની બરાબર. વળી આ (ફ) ખુણો તે આ (ક) ખુણાની બરાબર આપેલ છે, તેથી ૧ લા પ્રત્યક્ષપ્ર. પ્રમાણે આ (બમઅ) તથા આ (ક) ખુણા બરાબર; હવે આ (ક) ખુણા કરતાં આ (બમઅ) ખુણો ૧૬ મી પ્રતિમા પ્રમાણે મોટો. હમણા બરાબર કરી ગયા, અને વળી મોટો થાય, એ દેખીતું ઉલટું. માટે આ (બક) બાળુ આ (ઈફ) બાળુ કરતાં મોટી નથી, એટલે બરાબર છે.

હવે આ (અબક) ત્રિકોણની આ (અબ) તથા આ (બક) બાળુઓ અને આ (બ) ખુણો તે અનુક્રમે આ (હઈફ) ત્રિકોણની આ (હઈ) તથા (ઈફ) બાળુઓ અને આ (ઈ) ખુણાની બરાબર છે, તો ૪ થી પ્રતિમા પ્રમાણે તે બંને ત્રિકોણ એક ૩૫.

શુદ્ધિપત્ર.

પૃષ્ઠ	સ્થળ.	અશુદ્ધ	શુદ્ધ.
૫	બ્યાખ્યા ૩૦ મી.	સગાંતર બાળુ	સગાંતર સગબાળુ
૭	પ્રત્યક્ષ પ્ર. ૭ મું.	પારમિતો	પરિમિતો.
૭	પ્રત્યક્ષ પ્ર. ૧૨મું.	માંહેના ખૂણા-	માંહેના બે ખૂણાઓ.
	લીટી ૩ જી	ઓ,	
૧૩	પહેલી લીટી	જોષએ છેદાયછે.	જોઈએ માટે છેદાય છે.
૧૪	૨ટીકાની ૨જી લીટી	આવકાશ	અવકાશ.
૧૩	૩ટીકાની ૨જી લીટી	શકે, પણ	શકે, અને તે પણ
૧૭	સાધનની બીજીલીટી	હાવે	હવે.
૨૬	૭ મી લીટી	ખણો	ખૂણો.
૨૭	૩ જી લીટી.	—	અને તે એકજ બિં- દુમાંથી નીકળતી હો- વી જોષએ.
૩૬	સિદ્ધતાની ૩૭લીટી	તો	તે.
૫૭	૧૨ મી લીટી	બરબર	બરાબર
૬૪	લીટી ૪.	હવે.	તેથી પે. પ્રત્ય. પ્ર.
૧૦૦	૧૬	૮ મી(૬-૧૦-	૮ મી(૬-૧૦-૧૧-૧૨
		૧૧-૧૨-૨૩)	-૨૩-૪૮)
૧૦૧	૬	ક્ષેત્રિક્ષણ	ક્ષેત્રફળ
૧૦૬	બ્યાખ્યા ૩૫	પણ જોઓને	અને જોઓને

પૃથ્વીની ભૂગોળ વિદ્યા.

ગુજરાતી પાંચમા તેમજ છઠ્ઠા ધોરણ, અને ઇંગ્રેજી પેહેલા, બીજા અને ત્રિજા ધોરણના અભ્યાસીઓને અવશ્ય ઉપયોગી થશે. કેટલાંએક ઇંગ્રેજી પુસ્તકોને આધારે પ્રગટ કરી છે. જેઓએ જોઈ છે તેઓએ વળાણી છે. છૂટક રાખનાર પાસેથી એની દર પ્રતની કિંમત ચાર આના લેઈએછીએ, પણ તમે જે સામટી રાખશો તો એક રૂપિયાની છ પ્રત આપીશું, તેમજ પોસ્ટેજ માફ કરીશું. કેમ હવે રાજ? જે મંગાવશો તો જાણીશું કે રાજ, નહીંતર કરાજ !

પિંગળનો સાર.

ગુજરાતી છઠ્ઠા ધોરણના વિદ્યાર્થી માટે તૈયાર છે. સહેલથી સગળ શકાય એવી સરળ ભાષામાં રચવામાં આવેલ છે. છૂટક નકલનો પોણો આનો, પણ દસ નકલ રાખો તો ફક્ત પૈસે પૈસે. પોસ્ટેજ માફ. દોડો મારા દોરતો, આવી તક આજ સુધી કદી ગળી નથી. એક પૈસામાં શું વિસાતકે? પણ ઉત્તરો નહીં ચાલે હો !

સંધી પ્રકરણ.

ગુજરાતી પાંચમા તથા છઠ્ઠા ધોરણ માટે છે. કિંમત દર પ્રતનો પોણો આનો, પણ સામટી રાખનારને દર પ્રતનો અર્ધો આનો, પોસ્ટેજ મફત.

પુરૂષોત્તમ કહાનજી ગાંધી—લીખકી.

